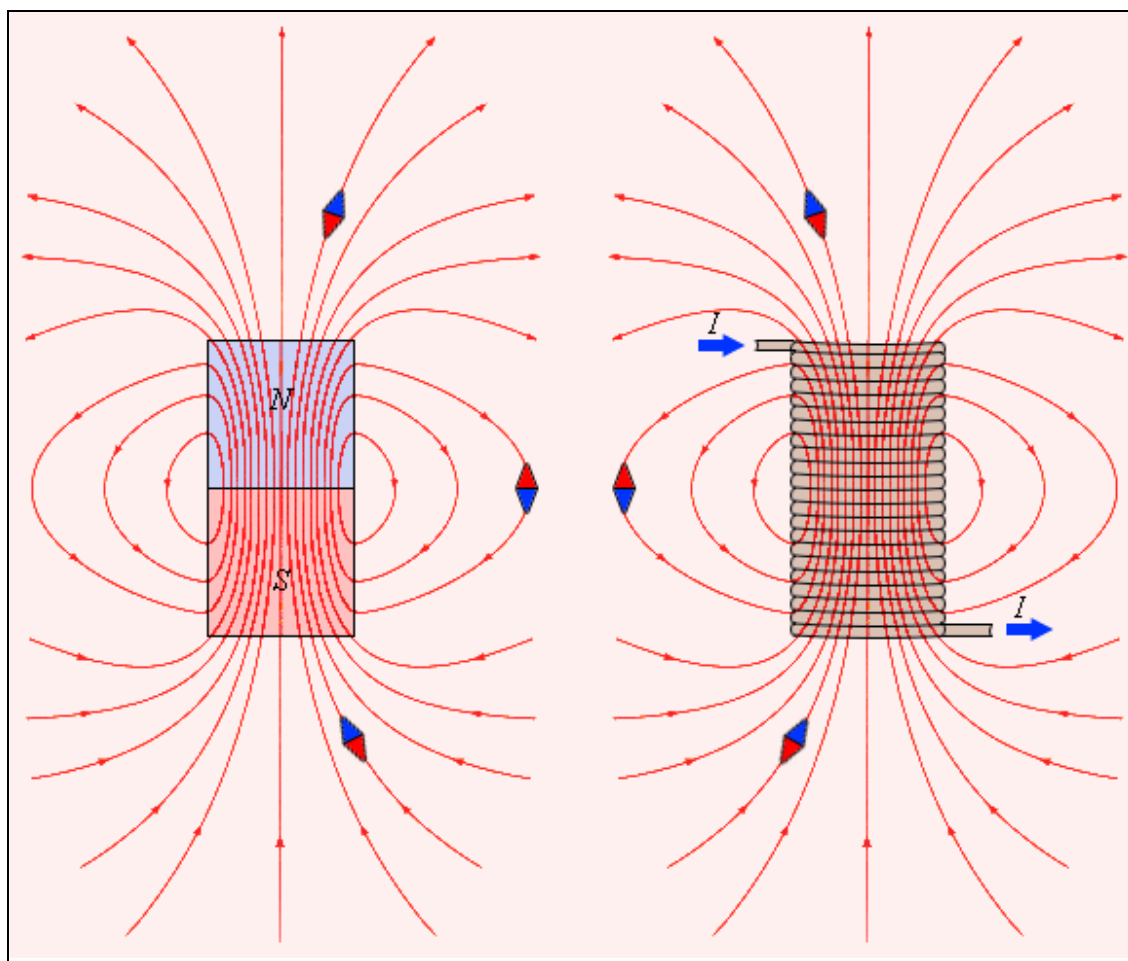


**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА**

**Ю. Д. Оксюк**

# **ФІЗИКА**

## **КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**



**ХАРКІВ**  
**ХНАМГ**  
**2011**

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА**

**Ю. Д. Оксюк**

**ФІЗИКА**

**КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ**

(для студентів 1 курсу денної та 1 і 2 курсів заочної форми навчання  
за напрямами 6.040106 «Екологія, охорона навколишнього  
середовища та збалансоване природокористування»,  
6.060103 «Гідротехніка та водні ресурси»)

**ХАРКІВ**  
**ХНАМГ**  
**2011**

Оксюк, Ю. Д. Фізика: конспект лекцій (для студентів 1 курсу денної та 1 і 2 курсів заочної форми навчання за напрямками 6.040106 «Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування», 6.060103 «Гідротехніка (водні ресурси)») / Ю. Д. Оксюк; Харк. нац. акад. міськ. госп-ва. – Х.: ХНАМГ, 2011. – 126 с.

Автор: Ю. Д. Оксюк

Рецензент: доцент каф. фізики ХНАМГ, канд. фіз.-мат. наук Є. Б. Сидоренко

Рекомендовано кафедрою фізики,  
протокол № 2 від 25 жовтня 2009 р.

## ЗМІСТ

	Стор.
<b>ВСТУП</b> .....	5
<b>1. МЕХАНІКА</b> .....	5
1.1. КІНЕМАТИКА ПОСТУПАЛЬНОГО Й ОБЕРТАЛЬНОГО РУХІВ.....	5
1.2. ДИНАМІКА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ.....	10
1.2.1. Закони Ньютона.....	10
1.2.2. Закон збереження імпульсу.....	12
1.2.3. Види взаємодій. Сили в механіці.....	14
1.2.4. Енергія, робота, потужність.....	17
1.2.5. Кінетична і потенціальна енергія. Повна енергія тіла.....	19
1.2.6. Закон збереження енергії в механіці.....	20
1.3. ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА.....	23
1.3.1. Основне рівняння динаміки обертального руху. Момент інерції. Момент імпульсу.....	23
1.3.2. Закон збереження моменту імпульсу.....	27
1.3.3. Кінетична енергія тіла, що обертається.....	27
1.4. ЕЛЕМЕНТИ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ.....	28
<b>2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА</b> .....	31
2.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ВЕЛИЧИНИ.....	31
2.2. РІВНЯННЯ СТАНУ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ.....	33
2.3. ГРАФІЧНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ГАЗОВИХ ЗАКОНІВ.....	34
2.4. ПЕРШИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ.....	34
2.5. РОБОТА, ЩО ВИКОНУЄТЬСЯ ГАЗОМ ПРИ РОЗШИРЕННІ.....	35
2.6. ТЕПЛОЄМНІСТЬ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ.....	35
2.7. ВНУТРІШНЯ ЕНЕРГІЯ.....	36
2.8. АДІАБАТИЧНИЙ ПРОЦЕС.....	37
2.9. ЦИКЛ КАРНО.....	38
2.10. ДРУГИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ. ЕНТРОПІЯ.....	38
<b>3. ЕЛЕКТРОСТАТИКА</b> .....	41
3.1. ЕЛЕКТРИЧНІ ЗАРЯДИ. ВЗАЄМОДІЯ ЗАРЯДІВ.....	41
3.2. ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ. НАПРУЖЕНІСТЬ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ.....	42
3.3. ТЕОРЕМА ГАУССА.....	44
3.4. РОБОТА СИЛ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ. ПОТЕНЦІАЛ.....	45
3.5. ЗВ'ЯЗОК МІЖ НАПРУЖЕНІСТЮ І ПОТЕНЦІАЛОМ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ ..	48
3.6. ЕЛЕКТРОЄМНІСТЬ. ЕНЕРГІЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ ..	49
<b>4. ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ</b> .....	52
4.1. ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ. НОСІЇ ЗАРЯДУ .....	52
4.2. ЗАКОН ОМА. ОПІР ПРОВІДНИКІВ .....	54

4.3. ЕЛЕКТРОРУШІЙНА СИЛА (Е.Р.С.) ДЖЕРЕЛА СТРУМУ. ЗАКОН ОМА ДЛЯ НЕОДНОРІДНОЇ ДІЛЯНКИ КОЛА .....	56
4.4. ПРАВИЛА КІРХГОФА.....	59
<b>5. МАГНЕТИЗМ .....</b>	<b>61</b>
5.1. МАГНІТНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ .....	61
5.1.1. Природа магнетизму. Магнітна індукція. Магнітна взаємодія струмів .....	61
5.1.2. Закон Біо - Савара - Лапласа. Теорема про циркуляцію вектора магнітної індукції .....	66
5.1.3. Сила Лоренца. Рух заряджених частинок у магнітному полі .....	42
5.2. МАГНІТНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ .....	78
5.3. ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ. ПРАВИЛО ЛЕНЦА .....	83
5.3.1. Самоіндукція. Енергія магнітного поля.....	86
<b>6. КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ .....</b>	<b>88</b>
6.1.МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ .....	88
6.1.1. Гармонічні коливання.....	88
6.1.2. Вільні коливання. Пружинний маятник. Математичний маятник. Фізичний маятник .....	90
6.1.3. Перетворення енергії при вільних коливаннях .....	93
6.1.4. Затухаючі коливання .....	94
6.1.5. Вимушені коливання. Резонанс .....	95
6.2. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ .....	97
6.3. ХВИЛЬОВІ ПРОЦЕСИ. ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ .....	100
<b>7. ХВИЛЬОВА ОПТИКА .....</b>	<b>102</b>
7.1. РОЗВИТОК УЯВЛЕНЬ ПРО ПРИРОДУ СВІТЛА .....	102
7.2. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛОВИХ ХВИЛЬ .....	104
7.3. ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА .....	107
7.4. ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА .....	113
<b>8. КВАНТОВА ФІЗИКА .....</b>	<b>118</b>
8.1.ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ .....	118
8.2. ГИПОТЕЗА ДЕ БРОЙЛЯ . КОРПУСКУЛЯРНО-ХВИЛЬОВИЙ ДУАЛІЗМ ВЛАСТИВОСТЕЙ РЕЧОВИНИ .....	121
8.3. ФОТОЕЛЕКТРИЧНИЙ ЕФЕКТ .....	122
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....</b>	<b>126</b>

## ВСТУП

Мета цього видання - надати допомогу студентам 1 курсу денної і 1 і 2 курсу заочної форми навчання бакалаврів за напрямами 6.040106 - „Екологія,охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування”, 6.060103 - „Гідротехніка (водні ресурси)”, у вивченні курсу фізики. Конспект лекцій відповідає програмам навчальної дисципліни і навчальним планам підготовки бакалавра за вказаними напрямами.

## 1. МЕХАНІКА

### 1.1. КІНЕМАТИКА ПОСТУПАЛЬНОГО І ОБЕРТАЛЬНОГО РУХІВ

Механіка – це розділ фізики, в якому вивчається найпростіша форма руху, механічний рух, що означає зміну положення тіла відносно інших тіл на протязі часу. Основною задачею механіки є визначення цього положення.

Будь-який рух твердого тіла можна розглядати як результат додавання поступального і обертального рухів.

Про рух тіла судять по його переміщенню відносно інших тіл. Це означає, що рух і спокій тіл *відносні*. Тіло, прийняте за нерухоме, зв'язана з ним система координат і спосіб відліку часу утворюють *систему відліку*.

При вивченні руху тіл часто буває доцільно абстрагуватися від їх розмірів. У цих випадках говорять про рух матеріальної точки. *Матеріальною точкою* називається тіло, розміри і форму якого можна не враховувати в даній задачі. Матеріальною точкою вважають, наприклад, Землю при розгляді її руху навколо Сонця. Будь-яке тіло можна вважати сукупністю матеріальних точок.

Тіло, взаємне розташування часток якого не змінюється з часом, називається *абсолютно твердим*.

Рух твердого тіла є *поступальним*, якщо пряма, що з'єднує дві будь-які

його точки, залишається паралельною самій собі. Тобто, усі точки тіла рухаються за однаковими траєкторіями, і тому при поступальному русі твердого тіла досить розглядати рух тільки однієї його точки.

Розглянемо рух матеріальної точки на ділянці криволінійної траєкторії. *Переміщенням* між двома точками траєкторії називається вектор, що з'єднує ці точки. На рис.1.1 це вектор  $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ .

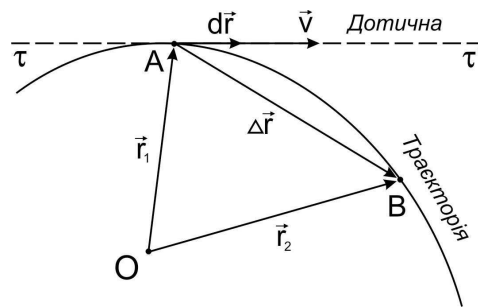


Рис. 1.1

Переміщення відбулося за час  $\Delta t$ .

*Радіусом-вектором* точки в просторі називається вектор  $\vec{r}$ , проведений з початку координат у дану точку. На ділянці траєкторії АВ вектор *середньої швидкості* дорівнює  $\vec{v}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$  і спрямований уздовж хорди АВ у той бік, що і вектор переміщення  $\Delta \vec{r}$ .

Вираз для швидкості  $\vec{v}$  в момент  $t$  (у точці А) можна одержати як границя вектора  $\vec{v}_{cp}$  при  $\Delta t \rightarrow 0$ :

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

При  $\Delta t \rightarrow 0$  хорда АВ зливається з дотичною  $\tau\tau'$ , і вектор миттєвої швидкості  $\vec{v}$  буде спрямований по дотичній до траєкторії у бік руху. Оскільки модуль вектора  $d\vec{r}$  дорівнює довжині малої ділянки траєкторії (шляху  $ds$ ), то

$$v = |\vec{v}| = \frac{ds}{dt}. \quad (1.1)$$

Тобто, модуль швидкості дорівнює похідній шляху за часом.

Швидкість руху може мінятися як за модулем, так і за напрямком. Швидкість зміни швидкості характеризується вектором *прискорення*  $\vec{a}$ . Зміна швидкості на ділянці АВ траєкторії за час  $\Delta t$  (рис.1.2) дорівнює  $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ .

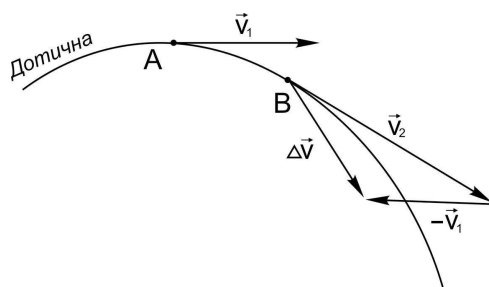


Рис. 1.2

При  $\Delta t \rightarrow 0$  одержимо

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}.$$

Але вектор  $\Delta \vec{v}$  можна розкласти (рис. 1.3) на дві складові:  $\Delta \vec{v}_\tau$  (уздовж дотичної  $\tau$ ) і  $\Delta \vec{v}_n$  (уздовж нормалі  $n$ ).

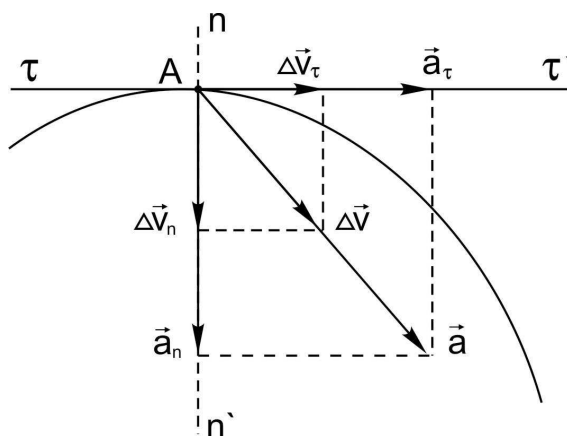


Рис. 1.3

Тому 
$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_\tau}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}_n}{\Delta t} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$$

Повне прискорення  $\vec{a}$  має дві взаємно перпендикулярні складові:  $\vec{a}_\tau$  і  $\vec{a}_n$ .

*Тангенціальне прискорення*  $\vec{a}_\tau$ , спрямоване за дотичною, визначає швидкість зміни модуля швидкості; *нормальне (доцентрове) прискорення*  $\vec{a}_n$  характеризує зміну швидкості за напрямком ( $\vec{a}_n \neq 0$  тільки в криволінійному русі).



Модуль тангенціального прискорення дорівнює похідній від модуля швидкості за часом або другій похідній від шляху за часом:

$$a_{\tau} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}. \quad (1.2)$$

Вектор  $\vec{a}_n$  спрямований до центра кривини О (рис.1.4) і перпендикулярний вектору швидкості.

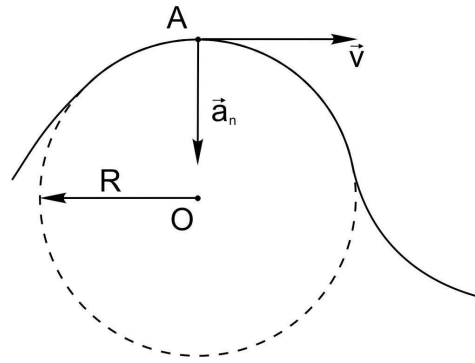


Рис. 1.4

Радіусом кривини траєкторії в даній точці називається величина, зворотна кривині  $C = \frac{d\alpha}{ds}$ , де  $d\alpha$  - нескінченно малий кут повороту траєкторії (дотичної до неї) на довжині  $ds$ :

$$R = \frac{1}{C}.$$

Розрахунки, що ми опускаємо, доказують, що модуль вектора  $\vec{a}_n$  визначається за формулою

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \quad (1.3)$$

При рівномірному русі точки по колу  $a_n = \text{const}$  і  $a_{\tau} = 0$ .

При *обертальному* русі твердого тіла всі його точки описують кола, центри яких лежать на одній прямій - осі обертання.

При обертанні твердого тіла навколо нерухомої осі лінійні швидкості і прискорення для різних його точок будуть різні. Тому обертальний рух зазвичай характеризується кутовими величинами, однаковими в даний момент часу для всіх точок тіла, яке обертається.

Якщо за час  $\Delta t$  тіло повертається на кут  $\Delta\phi$ , то швидкість його обертання в даний момент характеризується вектором *кутової швидкості*  $\vec{\omega}$ , модуль якого

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Аксіальний вектор  $\vec{\omega}$  спрямований уздовж осі обертання. Його напрямок визначається правилом правого гвинта: якщо напрямок обертання голівки гвинта збігається з напрямком обертання тіла, то поступальний рух гвинта вказує напрямок вектора  $\vec{\omega}$  (рис.1.5).

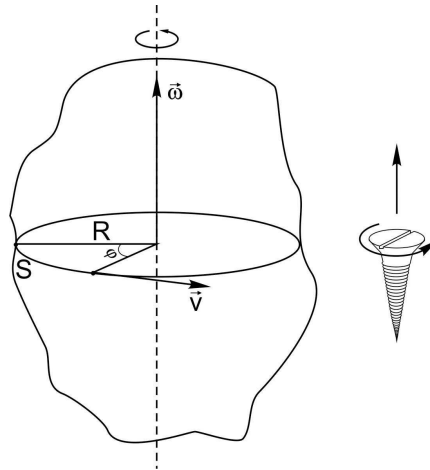


Рис.1.5

Вектор  $\vec{\omega}$  визначає модуль кутової швидкості, напрямок обертання і положення осі обертання. Модуль кутової швидкості вимірюється в *рад/с* за секунду (*рад/с*).

При рівномірному обертанні модуль кутової швидкості  $\vec{\omega}$  зв'язаний з періодом обертання  $T$  и частотою обертання  $n$  таким чином:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi n.$$

Швидкість зміни кутової швидкості характеризується *кутовим прискоренням*  $\vec{\beta}$ , модуль якого

$$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Кутове прискорення також являє собою аксіальний вектор. Напрямки векторів  $\vec{\beta}$  і  $\vec{\omega}$  збігаються при прискореному обертанні і протилежні при сповільненому. Модуль кутового прискорення  $\beta$  вимірюється в *рад/с<sup>2</sup>* на секунду в квадраті (*рад/с<sup>2</sup>*).

Зв'язок між лінійною і кутовою швидкостями можна одержати на основі рівності, що зв'язує довжину дуги  $s$ , пройденої точкою, що рухається,

центральный кут  $\varphi$  і радіус  $R$  кола:

$$s = R\varphi.$$

Якщо продиференціювати цю рівність за часом, одержимо:

$$\frac{ds}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt}, \quad \text{або} \quad v = R\omega. \quad (1.4)$$

Якщо від останньої рівності взяти другу похідну, одержимо співвідношення між тангенціальним і кутовим прискореннями

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = R \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = R \frac{d\omega}{dt}, \quad \text{або} \quad a_\tau = R\beta. \quad (1.5)$$

## 1.2. ДИНАМІКА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ

### 1.2.1. Закони Ньютона

Основу класичної механіки складають три закони, сформульовані Ньютоном у результаті узагальнення численних дослідних даних.

**Перший закон Ньютона (закон інерції):** будь-яке тіло зберігає стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, поки дія з боку інших тіл не змусить його змінити цей стан.

Системи відліку, в яких виконується перший закон Ньютона, називаються *інерціальними*. З високим ступенем наближення інерціальною системою відліку є, як показали спостереження, геліоцентрична система з початком координат у центрі Сонця й осями, спрямованими до вилучених зірок. Будь-яка система, що рухається прямолінійно і рівномірно відносно деякої інерціальної системи, також є інерціальною.

*Всі інерціальні системи відліку рівноправні: механічні явища в них протікають однаково і закони Ньютона для всіх таких систем відліку мають однакову форму. Тому ніякими механічними дослідженнями всередині даної системи відліку не можна встановити, чи вона знаходиться у спокої чи рухається з деякою постійною швидкістю  $\vec{v} = \text{const}$ .*

Це положення, взятє з дослідів, було сформульоване Галілеєм (1636 р.) і називається *принципом відносності Галілея (механічним принципом*

відносності).

А. Ейнштейн (1905 р.) узагальнив цей принцип на явища будь-якої природи (*загальний принцип відносності*).

Системи відліку, що рухаються з прискоренням відносно інерціальних систем, є *неінерціальними*. В них перший закон Ньютона не виконується. Система відліку, зв'язана з Землею, строго кажучи, є неінерціальною, тому що вона рухається з прискоренням, роблячи добове обертання і орбітальний рух навколо Сонця. Однак це прискорення мале, і в більшості випадків Землю можна вважати інерціальною системою відліку.

***Другий закон Ньютона: сила, що діє на тіло, дорівнює добутку маси тіла на прискорення, яке надає тілу ця сила.***

$$\vec{F} = m\vec{a}. \quad (1.6)$$

При цьому важливо уявляти, що в наведеному рівнянні  $\vec{a}$  є функцією від  $\vec{F}$  і  $m$ , тобто, модуль  $a$  прискорення, що здобувається тілом при взаємодії з іншими тілами, пропорційний модулю сили і обернено пропорційний масі тіла:

$$a = \frac{F}{m}.$$

Напрямки векторів прискорення  $\vec{a}$  і сили  $\vec{F}$  збігаються.

Тіло змінює швидкість свого руху, тобто здобуває прискорення за рахунок взаємодії з іншими тілами. Кількісною мірою взаємодії тіл є сила  $\vec{F}$ . Властивість тіла, що характеризує його здатність зберігати стан спокою або рівномірного прямолінійного руху, називається *інертністю*. Кількісною мірою інертності тіла є його маса  $m$ . Крім того, маса є мірою *тяжіння і енергії*.

Самим Ньютоном другий закон механіки був сформульований не через прискорення, а через іншу фізичну величину - *імпульс тіла*. Імпульсом матеріальної точки або тіла при поступальному русі  $\vec{p}$  називається добуток маси тіла (точки)  $m$  на швидкість його руху  $\vec{v}$ :

$$\vec{p} = m\vec{v}.$$

Оскільки  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ , а маса є величина постійна, то формулу (3.6) можна записати

так:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}.$$

Остання рівність справедлива і для тіла, що рухається не поступально. При цьому імпульс його є сумою імпульсів усіх матеріальних точок, з яких складається тіло:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots \quad (1.7)$$

Тому більш загальне формулювання другого закону Ньютона, яка справедлива і при великій швидкості тіла, тобто в спеціальній теорії відносності, виглядає так:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \quad (1.8)$$

**Сила, що діє на тіло, дорівнює швидкості зміни імпульсу тіла.**

Другий закон Ньютона є одночасно і визначенням поняття сили.

Одиницею сили в системі СІ є *ньютон* (Н):

$$1\text{Н} = 1 \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2}$$

Одиниця імпульсу не має назви.

Якщо на тіло одночасно діє кілька сил, то в лівій частині рівностей (1.6) і (1.8) слід поставити рівнодіючу (результуючу) силу, яка дорівнює векторній сумі всіх прикладених до тіла сил:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = \sum_i \vec{F}_i.$$

Остання рівність базується на *принципі незалежності дії сил*, який отримано з досліду: прискорення, що викликане якою-небудь однією силою, не залежить від того, чи діють на дане тіло одночасно будь-які інші сили.

**3. Третій закон Ньютона: сили, з якими діють одне на одне тіла, рівні за модулем і протилежні за напрямком:**

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \quad (1.9)$$

Взаємодія тіл є обопільною: якщо тіло 1 діє на тіло 2 із силою  $\vec{F}_{2,1}$ , то тіло 2 діє на тіло 1 із силою  $\vec{F}_{1,2}$ . Ці сили прикладені до різних тіл.

### 1.2.2. Закон збереження імпульсу

Вплив тіл одне на одне призводить до зміни імпульсу кожного з них. Але

при деяких умовах загальний імпульс системи тіл може зберігатися.

Сили, що діють у системі тіл, підрозділяють на *внутрішні* (сили взаємодії тіл системи між собою) і *зовнішні* (сили, що діють на тіла системи з боку тіл, що не входять у неї). *Замкненою* називається система тіл, якщо на неї не діють зовнішні сили або векторна сума їх дорівнює нулю.

Для кожного з  $n$  тіл деякої системи зміну її імпульсу за час  $dt$  можна знайти за другим законом Ньютона:

$$d\vec{p}_1 = (\vec{f}_1 + \vec{F}_1)dt, \quad d\vec{p}_2 = (\vec{f}_2 + \vec{F}_2)dt, \quad \dots \quad d\vec{p}_n = (\vec{f}_n + \vec{F}_n)dt,$$

де  $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \dots, \vec{f}_n$  і  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$  – рівнодіючі внутрішніх і зовнішніх сил для кожного з

тіл. Складемо векторно ліві і праві частини всіх  $n$  рівностей. Оскільки  $\sum_{i=1}^n \vec{f}_i = 0$

(за третім законом Ньютона), то

$$d\vec{p}_1 + d\vec{p}_2 + \dots + d\vec{p}_n = d(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n) = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i dt.$$

Для замкненої системи  $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$ . Тому

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n = \text{const.} \quad (1.10)$$

Остання рівність є аналітичним виразом *закону збереження імпульсу*:

**Сумарний імпульс замкненої системи залишається постійним.**

При цьому імпульс кожного з тіл системи може змінюватися.

Строго замкнених систем у природі не існує, але деякі системи можна вважати практично замкненими, якщо зовнішні сили малі в порівнянні з внутрішніми.

Закон збереження імпульсу є одним з основних законів фізики. Він однаково строго виконується як для макроскопічних тіл, так і для мікрочастинок.

Поступальний рух усіх точок тіла або системи тіл можна репрезентувати рухом єдиної точки, в якій вважають зосередженою всю масу системи, - *центра мас*. Радіус - вектор  $\vec{r}$  центра мас визначається наступним виразом:

$$\vec{r} = \frac{1}{m} \sum_i m_i \vec{r}_i,$$

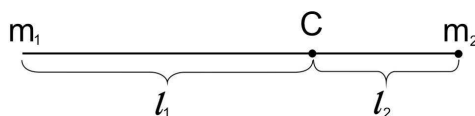
де  $m_i$  і  $\vec{r}_i$  - маса і радіус – вектор  $i$ -ої матеріальної точки,  $m$  - сумарна маса тіла.

Підсумовування виконується по всіх матеріальних точках, з яких складається тіло або система.

У найпростішому випадку двох точкових мас  $m_1$  і  $m_2$  центр мас  $C$  поділяє відстань  $l$  між ними на дві частини  $l_1$  і  $l_2$  так, що

$$m_1 l_1 = m_2 l_2.$$

Імпульс і швидкість центра мас замкненої системи не змінюються з часом.



### 1.2.3. Види взаємодій. Сили в механіці

Всі відомі сили можна звести до чотирьох основних видів взаємодії:

1) гравітаційна; 2) електромагнітна; 3) сильна; 4) слабка.

Гравітаційна взаємодія є універсальною і зв'язує всі без винятку тіла. Однак ця взаємодія відіграє істотну роль лише у випадку тіл великої маси (Земля, Сонце й ін.). У мікросвіті вона є мізерно малою.

Електромагнітна взаємодія є невимірно більшою за гравітаційну і здійснюється за допомогою електромагнітних полів. Електромагнітну природу має взаємодія атомів і молекул і, отже, цією взаємодією обумовлені також хімічні і біологічні процеси.

Сильна (ядерна) взаємодія має різко обмежений радіус дії ( $10^{-15}$  м) і тому стає суттєвою тільки всередині атомних ядер, де вона в сотні разів більша за електромагнітну взаємодію.

Слабка взаємодія обумовлює нестабільність ряду мікрочастинок (наприклад, при бета - розпаді).

У рамках класичної механіки розглядаються лише сили гравітаційної і електромагнітної природи.

1. **Сили тяжіння** (гравітаційні сили) підкоряються закону всесвітнього тяжіння Ньютона:

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, \quad (1.11)$$

справедливому для матеріальних точок. Тут  $m_1$  і  $m_2$  - маси тіл, що притягуються,  $r$  - відстань між ними,  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$  - гравітаційна стала, яка визначається дослідним шляхом,  $\frac{\vec{r}}{r}$  - одиничний вектор, що вказує напрямом дії сили. Сили тяжіння ( $\vec{F}_{1,2}$  і  $\vec{F}_{2,1}$ ) спрямовані вздовж прямої, що з'єднує матеріальні точки.

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}, \quad \left| \vec{F}_{1,2} \right| = \left| \vec{F}_{2,1} \right| = F.$$

Взаємодія тіл на відстані здійснюється за допомогою фізичних полів. Будь-яке тіло оточене гравітаційним полем, що діє на внесені в нього тіла із силами, пропорційними їх масам. Силовою характеристикою поля є *напруженість*:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}.$$

Напруженість гравітаційного поля чисельно дорівнює силі, що діє на тіло одиничної маси в даній точці поля. На поверхні Землі  $|\vec{g}| \approx 9,81 \text{ м/с}^2$  (з точністю до поправки, зв'язаної з обертанням Землі і відхиленням від сферичності). Вектор  $\vec{g}$  спрямований до визначеної точки - силовому центру поля, і збігається з прискоренням сили тяжіння (прискоренням вільного падіння).

Силу тяжіння  $m\vec{g}$  не слід ототожнювати з вагою тіла. *Вагою* тіла називають силу, з якою тіло діє на горизонтальну опору або підвіс завдяки силам тяжіння; на вагу тіла впливає також характер руху системи відліку. Якщо опора знаходиться у спокою або рухається рівномірно, вага тіла за модулем дорівнює силі тяжіння.

При русі опори з прискоренням  $\vec{a} = \vec{g}$  настає стан невагомості: тіло не давить на опору, і явища в системі відліку, що зв'язана з такою опорою, протікають так, що дехто уявляє собі, ніби земне тяжіння зникло. Але навпаки: єдиною силою, що діє на тіло в стані невагомості, є сила тяжіння. Для живих організмів у стані невагомості порушується звичний режим, і плин багатьох біологічних процесів змінюється.



2. **Сили пружності** виникають в результаті безпосередньої взаємодії тіл, що супроводжується їхньою деформацією. Сила пружності має напрямок, протилежний зсувові часток тіла і зовнішній силі. Якщо, наприклад, дія зовнішньої сили  $\vec{F}$  викликає подовження  $x$  пружини (рис. 1.6), то при пружних деформаціях (в умовах рівноваги, тобто при  $\vec{F}_{np} = \vec{F}$ ) проекція сили пружності пропорційна подовженню  $x$ :

$$F_{np.x} = -kx. \quad (1.12)$$

Це закон Гука.

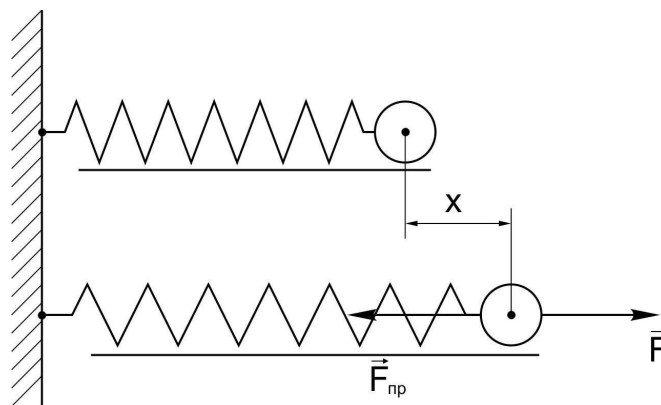


Рис. 1.6

Сила пружності тіл обумовлена електромагнітною взаємодією частинок, з яких складаються тіла.

3. **Сили тертя** обумовлені взаємодією поверхонь стичних тіл, спрямовані по дотичній до цих поверхонь і перешкоджають відносному переміщенню тіл. Тертя між поверхнями різних тіл називається *зовнішнім (сухим)*, а тертя між частинами того ж самого тіла (шарами рідини, газу) - *внутрішнім*.

Зовнішнє тертя може бути трьох виглядів: тертя ковзання, тертя катання і тертя спокою.

Сила тертя ковзання спрямована проти руху тіла і дорівнює за модулем

$$F_{тр.ковз} = kF_n, \quad (1.13)$$

де  $F_n$  – сила нормального тиску, що притискає тертьові поверхні одну до одної,  $k$  – безрозмірний *коефіцієнт тертя*, що залежить від роду і стану стичних поверхонь.

Сила тертя спокою дорівнює за величиною і протилежна за напрямком

зовнішній силі, що намагається перемістити тіла вздовж поверхні їх зіткнення:

$$\vec{F}_{тр.спок} = -\vec{F}_{зовн}.$$

Максимальна сила тертя спокою дорівнює силі тертя ковзання

$$\vec{F}_{тр.спок.макс} = \vec{F}_{тр.ковз}.$$

Сили тертя обумовлені взаємодією частинок тіл, що доторкаються і мають електромагнітну природу.

Сили внутрішнього тертя розглядаються в молекулярній фізиці.

#### 1.2.4. Енергія, робота, потужність

Форми руху матерії досить різноманітні – механічне переміщення тіл, тепловий рух частинок речовини, ядерні і біологічні процеси, хімічні реакції і т.ін. Рух у будь-якій його формі – невід'ємна властивість матерії. Універсальною кількісною мірою різних форм руху матерії є *енергія*.

Відповідно до різних форм руху матерії говорять про різні види енергії – механічну, внутрішню, ядерну і т.ін. У процесі взаємодії тіл форми руху матерії можуть змінюватися; при цьому змінюється і вид енергії. Так, тіла при терті нагріваються: їхня механічна енергія переходить у внутрішню. Зміна виду енергії обумовлена дією на тіло сил і зв'язана зі здійсненням роботи.

Поняття енергії і роботи нерозривно зв'язані між собою, тому що енергія тіла (системи тіл) характеризує його здатність виконувати роботу. Інакше кажучи, робота є кількісною мірою зміни енергії тіла (системи тіл) при переході його з одного стану в інший.

**Робота, яка здійснюється постійною силою  $\vec{F}$  при переміщенні тіла на прямолінійній ділянці шляху  $s$  (рис.1.7), дорівнює добутку проекції сили  $F_s$  (на напрямок переміщення) і модуля переміщення  $s$ :**

$$A = F_s s = F s \cos \alpha, \quad (1.14)$$

де  $\alpha$  - кут між векторами сили  $\vec{F}$  і переміщення  $\vec{s}$ .

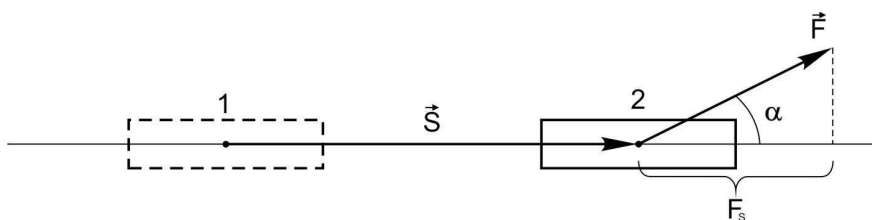


Рис. 1.7

Одиницею роботи в системі СІ є джоуль (Дж):  $1\text{ Дж} = 1\text{ Н м}$ .

У загальному випадку руху тіла за криволінійною траєкторією під дією змінної сили  $\vec{F}$  (рис.1.8) спочатку знаходять елементарну роботу  $dA$  на малому переміщенні  $d\vec{s}$ , на якому модуль і напрямок сили можна вважати незмінними, а траєкторію прямолінійною:  $dA = F_s ds$ .

Сумарну роботу  $A$  сили  $\vec{F}$  на ділянці траєкторії від точки 1 до точки 2 знаходять інтегруванням:  $A = \int_1^2 dA = \int_1^2 F_s ds$ .

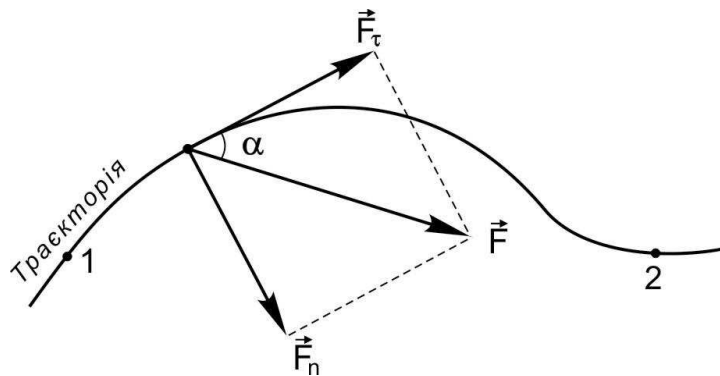


Рис. 1.8

Якщо силу  $\vec{F}$  розкласти на тангенціальну і нормальну складові  $\vec{F}_\tau$  і  $\vec{F}_n$  (див. рис. 1.8), то, як видно з формули, роботу виконує тільки тангенціальна складова  $\vec{F}_\tau$ , дотична до траєкторії:

$$A = \int_1^2 F_\tau ds.$$

*Консервативною (потенціальною)* називають силу, робота якої визначається тільки початковим і кінцевим положеннями тіла і не залежить від шляху його переходу з одного положення в інше. Консервативними є, наприклад, сили тяжіння, сили пружності. Усі центральні сили, як показує розрахунок, консервативні. Силове поле, в якому діють консервативні сили, називається *потенціальним*. Отже, робота консервативних сил по замкненій траєкторії дорівнює нулю.

Потужність – це робота, що виконується в одиницю часу.

Миттєва потужність визначається за формулою:

$$N_{\text{мит}} = \frac{dA}{dt}.$$

Середня потужність визначається за формулою:

$$N = \frac{A}{t}.$$

У випадку рівномірного руху з постійними за модулем швидкістю  $v$  і силою опору  $F_{\text{оп}}$

$$N = F_{\text{оп}} v.$$

### 1.2.5. Кінетична і потенціальна енергія. Повна енергія тіла

В механіці розрізняють два види енергії - *кінетичну* енергію  $W_k$  (енергія руху) і *потенціальну* енергію  $W_p$  (енергія взаємодії). Сума  $W_k + W_p = W$  є повна механічна енергія тіла (системи тіл).

Неважко встановити зв'язок між зміною кінетичної енергії  $W_k$  і роботою  $A$  сили  $\vec{F}$ , що змінює швидкість тіла від  $v_1$  до  $v_2$ . Елементарна робота сили  $\vec{F}$  на шляху  $ds$  дорівнює:

$$dA = F_s ds = m \frac{dv}{dt} v dt = m v dv.$$

Тому

$$A = \int_{v_1}^{v_2} m v dv = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2} = W_{k.2} - W_{k.1} \quad (1.15)$$

Кінетична енергія поступального руху тіла визначається за формулою:

$$W_k = \frac{m v^2}{2}.$$

Згідно (1.15) робота результуючої сили дорівнює збільшенню кінетичної енергії тіла. Для елементарної роботи можна записати:

$$dA = dW_k. \quad (1.16)$$

Кінетична енергія тіла вимірюється тією роботою, яку треба виконати, щоб збільшити його швидкість від нуля до даної величини, або роботою, яку це тіло,

що володіє швидкістю  $v$ , може виконати до повної зупинки. У будь-якому випадку  $W_k \geq 0$ . Одиниці виміру енергії збігаються з одиницями роботи.

Потенціальною називається енергія, що залежить від взаємного розташування взаємодіючих тіл або частин одного тіла (конфігурації системи). Потенціальна енергія тісно зв'язана з існуванням силових полів (гравітаційного, електричного та ін.).

Якщо стан системи змінюється під дією тільки консервативних сил, то робота  $A_{1 \rightarrow 2}$  цих сил залежить лише від початкової 1 і кінцевої 2 конфігурацій системи. Це означає, що робота  $A_{1 \rightarrow 2}$  визначається зміною потенціальної енергії системи:

$$A_{1 \rightarrow 2} = W_{p1} - W_{p2} = -(W_{p2} - W_{p1}),$$

де  $W_{p1}, W_{p2}$  - значення потенціальної енергії, що відповідають конфігураціям 1 і 2.

## 2. Робота консервативних сил дорівнює зменшенню потенціальної енергії.

Для елементарної роботи це твердження записується так:

$$dA = -dW_p.$$

Потенціальна енергія може бути визначена з точністю до довільної постійної величини  $C$ , значення якої не змінює різниці  $W_{p1} - W_{p2}$ , або величини  $dW_p$ . Тому в кожному конкретному випадку вибирають «нульову» конфігурацію системи, в якій потенціальна енергія приймається рівною нулю (нульовий рівень відліку  $W_p$ ). Отже, **потенціальна енергія дорівнює роботі консервативних сил при переході системи з даної конфігурації в «нульову»**. Так, для тіла масою  $m$ , що піднято над поверхнею Землі (нульовий рівень) на висоту  $h$ , потенціальна енергія виражається формулою

$$W_{p1} = A_{1 \rightarrow 0} = mgh.$$

Універсальної формули для розрахунку потенціальної енергії немає: її вид визначається характером взаємодії тіл (частин тіла) і їхнім взаємним розташуванням. Так, для випадку дії на тіло сил пружності потенціальна енергія буде:

$$W_p = \frac{kx^2}{2} + C,$$

де  $C$  - довільна стала величина. Якщо прийняти  $W_p = 0$  при  $x = 0$  (деформації відсутні), то  $C = 0$ . При такому виборі нульового рівня потенціальна енергія тіла, що знаходиться під дією сил пружності, виражається формулою:

$$W_p = \frac{kx^2}{2}.$$

Потенціальна енергія двох матеріальних точок, що притягаються за законом всесвітнього тяжіння, у випадку, якщо вона наближається до нуля при нескінченно великій відстані між точками:

$$W_p = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

Механічна енергія лише один з видів енергії. *Повна енергія* тіла без врахування його взаємодії з іншими тілами може бути визначена за формулою, запропонованою Ейнштейном:

$$W = mc^2, \quad (1.17)$$

де  $m$  – маса тіла і  $c$  – швидкість світла у вакуумі. Співвідношення (1.17) є універсальним. З його допомогою можна визначити енергію, зв'язану з будь-яким видом матерії – речовиною, полем. З масою спокою  $m_0$  зв'язана найменша енергія – енергія спокою:

$$W_0 = m_0 c^2.$$

Різниця  $mc^2 - m_0 c^2$  характеризує кінетичну енергію тіла.

Зміна повної енергії тіла супроводжується пропорційною зміною його маси:

$$dW = Dmc^2. \quad (1.18)$$

Швидкість руху макроскопічних тіл за звичай мала в порівнянні зі швидкістю світла ( $v \ll c$ ). Тому

$$\frac{mv^2}{2} \ll mc^2.$$

Енергія не може існувати сама за собою, у відриві від матеріального носія – речовини, поля. Співвідношення (1.17) і (1.18) підтверджують існування глибокого і нерозривного зв'язку між матерією і рухом.

### 1.2.6. Закон збереження енергії в механіці

Якщо в замкненій системі діють тільки консервативні сили, то робота  $dA$

цих сил при зміні конфігурації системи супроводжується зміною кінетичної й одночасно рівною їй за модулем, але протилежною за знаком зміною потенціальної енергії системи:

$$dA = dW_k = -dW_p.$$

Звідси

$$dW_k + dW_p = d(W_k + W_p) = 0,$$

або

$$W = W_k + W_p = \text{const}.$$

**Повна механічна енергія замкненої системи тіл, в якій діють тільки консервативні сили, не змінюється з часом.**

У цьому полягає *закон збереження механічної енергії*. Значення величин  $W_k$  і  $W_p$  окремо можуть змінюватися, але їхня сума залишається постійною.

В реальних умовах у будь-якій системі поряд з консервативними діють також неконсервативні сили (наприклад, сили тертя) і повна механічна енергія системи зменшується, поступово переходячи в інші види. Зміна механічної енергії системи вимірюється роботою неконсервативних сил.

Крім механічної відомі й інші види енергії: ядерна, електромагнітна, хімічна та ін., здатні перетворюватися одна в одну. Дослід показує:

**В замкненій системі загальна кількість енергії усіх видів залишається строго постійною незалежно від того, які процеси відбуваються в цій системі.**

Так формулюється *закон збереження і перетворення енергії*, що є найбільш загальним законом природи. Він отриманий на основі узагальнення великої кількості дослідних даних. Цей закон однаково добре виконується для макро- і мікросистем у всіх областях природознавства без яких-небудь порушень і виключень.

На основі законів збереження імпульсу і енергії можна пояснити процеси, що відбуваються при зіткненнях тіл або частинок. Тіла, які зіштовхуються, можна вважати замкненою системою, тому що виникаючі при короткочасному зіткненні внутрішні сили системи в багато разів перевершують зовнішні.

При абсолютно непружному ударі, коли в результаті зустрічі тіла поєднуються (зіткнення куль із сирої глини, стрибок людини в човен, влучення нейтрона в атомне ядро і т.ін.), закон збереження імпульсу виражається наступним рівнянням:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{v},$$

$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2};$$

де  $m_1 \vec{v}_1, m_2 \vec{v}_2$  – імпульси тіл до удару,  $(m_1 + m_2) \vec{v}$  – загальний імпульс тіл після зіткнення.

Якщо  $m_1 \vec{v}_1 = -m_2 \vec{v}_2$  (зустрічний рух тіл з рівними імпульсами), то після зустрічі тіла зупиняються ( $\vec{v} = 0$ ).

При абсолютно пружному ударі (близький до нього удар сталевих куль) тіла після зіткнення цілком відновлюють свою форму і внутрішню енергію. Це означає, що сумарна кінетична енергія тіл або частинок при абсолютно пружному ударі не змінюється, а лише перерозподіляється між ними. При такому зіткненні виконуються закон збереження імпульсу і закон збереження кінетичної енергії. За цими законами можна визначити швидкості і кінетичні енергії частинок після зіткнення:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2;$$

$$m_1 \vec{v}_1^2 + m_2 \vec{v}_2^2 = m_1 \vec{v}'_1^2 + m_2 \vec{v}'_2^2.$$

Розв'язком цієї системи рівнянь є швидкість тіл після зіткнення:

$$\vec{v}'_1 = \frac{2m_2 \vec{v}_2 + (m_1 - m_2) \vec{v}_1}{m_1 + m_2};$$

$$\vec{v}'_2 = \frac{2m_1 \vec{v}_1 + (m_2 - m_1) \vec{v}_2}{m_1 + m_2}.$$

### 1.3. ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ ТВЕРДОГО ТІЛА

#### 1.3.1. Основне рівняння динаміки обертального руху. Момент інерції.

##### Момент імпульсу

Розглянемо тверде тіло, що обертається навколо закріпленої осі під дією сили  $\vec{F}$ , розташованої в площині, перпендикулярній осі обертання (на рисунку 1.9 точка  $O$  – слід осі обертання). Викликати обертання або змінити його швидкість може лише сила, момент якої відносно даної осі відмінний від нуля.

Модуль  $\vec{M}$  моменту сили  $\vec{F}$  відносно деякої осі дорівнює добутку модуля сили  $F$  на плече  $d$  цієї сили (найкоротша відстань між віссю обертання і лінією дії сили  $NN'$ ):

$$M = Fd.$$

Силу  $\vec{F}$  розкладемо на складові: тангенціальну  $\vec{F}_\tau$  і нормальну  $\vec{F}_n$ .



Відмінний від нуля момент має тільки сила  $\vec{F}_\tau$  (її плечем є радіус  $r$  кола). Тому

$$M = F_\tau r.$$

Момент сили - аксіальний вектор, його напрямок визначається *правилом правого гвинта*.

Розділимо уявно тверде тіло, що обертається, на  $n$  елементарних мас (матеріальних точок)  $\Delta m_1, \Delta m_2, \dots, \Delta m_n$ , що знаходяться на відстанях  $r_1, r_2, \dots, r_n$  від осі обертання. Усі вони в даний момент мають однакові кутові швидкості  $\vec{\omega}$  і однакові кутові прискорення  $\vec{\beta}$ . Матеріальна точка масою  $\Delta m_i$  під дією сили  $F_{\tau i}$  здобуває прискорення  $a_{\tau i}$ , рухаючись по колу з радіусом  $r_i$  (рис. 1.10).

За другим законом Ньютона

$$F_{\tau i} = \Delta m_i a_{\tau i}.$$

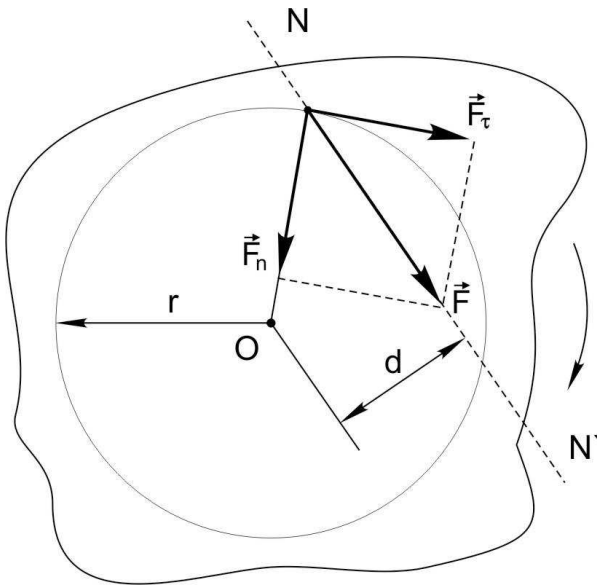


Рис. 1.9

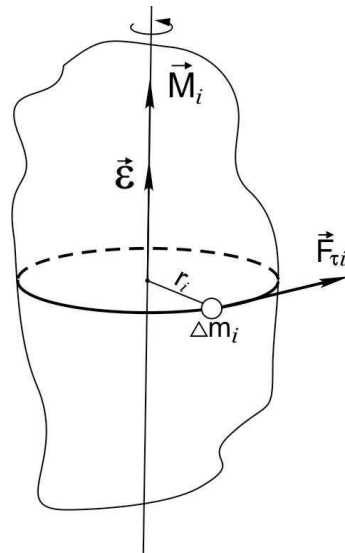


Рис. 1.10

Якщо помножити цю рівність на  $r_i$  і виразити лінійне прискорення  $a_{\tau i}$  через кутове  $\beta$ , одержимо:

$$F_{\tau i} r_i = \Delta m_i r_i^2 \beta,$$

або у векторній формі  $\vec{M}_i = \Delta m_i r_i^2 \vec{\beta}$ .

Вектори  $\vec{M}$  і  $\vec{\beta}$  мають однакові напрямки.

Добуток  $\Delta m_i r_i^2$  називається *моментом інерції i-тої матеріальної точки відносно деякої осі*:

$$I_i = \Delta m_i r_i^2.$$

Склавши вектори  $\vec{M}_i$  для всіх матеріальних точок, одержимо:

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_i = \vec{\beta} \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2, \quad (1.19)$$

де  $\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i$  - сумарний момент сил, прикладених до тіла, і  $I = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2$  -

– момент інерції тіла, що дорівнює сумі моментів інерції всіх його матеріальних точок відносно осі обертання. З огляду на ці позначення, можна рівність (1.19) записати так:

$$\vec{M} = I \vec{\beta}, \text{ або } \vec{\beta} = \frac{\vec{M}}{I}. \quad (1.20)$$

Ця формула є математичним виразом *основного рівняння динаміки обертального руху твердих тіл* (другий закон Ньютона для обертального руху): **Кутове прискорення тіла, що обертається, прямо пропорційне сумарному моменту сил, прикладених до тіла, і обернено пропорційне моменту інерції тіла відносно осі обертання.**

Векторна величина  $\vec{L} = I\vec{\omega}$  називається *моментом імпульсу*. Напрямки векторів  $\vec{L}$  і  $\vec{\omega}$  збігаються. Для матеріальної точки з масою  $m$  модуль моменту імпульсу дорівнює:  $L = mr^2\omega = mr^2 \frac{v}{r} = mrv$ , де  $r$  – радіус кругової траєкторії і  $v$  – модуль лінійної швидкості матеріальної точки (рис. 1.11 ).

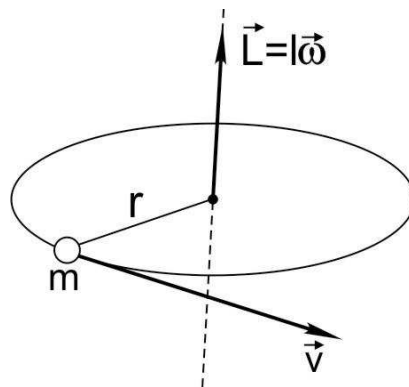


Рис. 1.11

Підставляючи в (1.20) вираз  $\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$  і вважаючи для твердого тіла,  $I = const$  одержимо

$$\vec{M} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d(I\vec{\omega})}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt}. \quad (1.21)$$

Це найбільш загальний вигляд основного рівняння динаміки обертального руху:

**Швидкість зміни моменту імпульсу тіла, що обертається, визначається сумарним моментом сил, які діють на це тіло.**

З зіставлення формул (1.6), (1.10) видно, що **момент інерції  $I$  є аналогом маси і характеризує інертні властивості тіла при обертанні.** Момент інерції – скалярна величина, що залежить від маси, форми тіла і його розташування відносно осі обертання. Момент інерції обчислюється за формулою

$$\int_V r^2 \rho dV, \quad (1.22)$$

де  $\rho$  – густина речовини,  $V$  – об'єм тіла. На рисунках 1.12 і 1.13 наведені приклади моментів інерції для різних тіл відносно зазначених на рисунках осей обертання, обчислених за формулою (1.22).

Якщо знати момент інерції  $I_0$  даного тіла відносно осі  $OO$ , що проходить через центр мас  $C$  (рис.1.14), можна за *теоремою Штейнера* знайти момент інерції  $I$  цього тіла відносно осі  $O_1O_1$ , паралельної до даної осі  $OO$ :

$$I = I_0 + md^2,$$

де  $d$  – відстань між осями, а  $m$  – маса тіла.

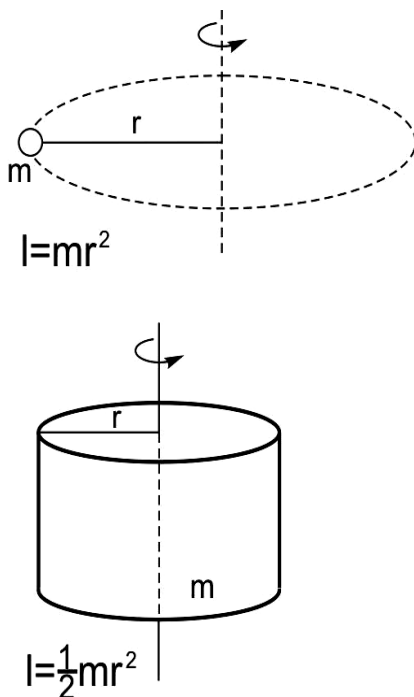


Рис. 1.12

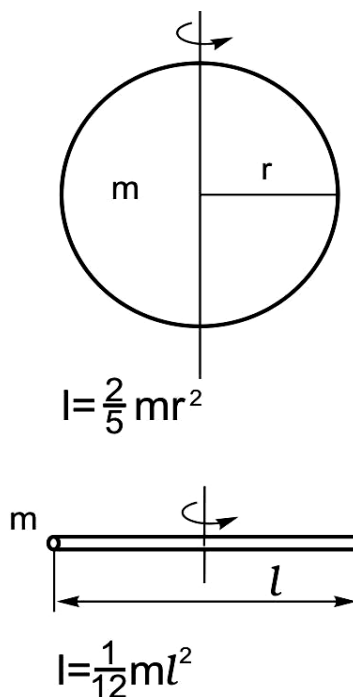


Рис. 1.13

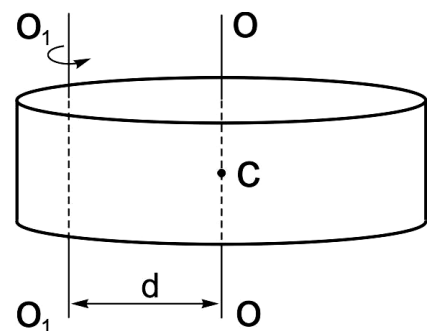


Рис.1.14

### 1.3.2. Закон збереження моменту імпульсу

Якщо сумарний момент зовнішніх сил, що діють на тіло або систему тіл, дорівнює нулю ( $\vec{M} = 0$ ), то з формули (1.21) випливає, що

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0,$$

або

$$\vec{L} = I\vec{\omega} = \text{const}.$$

**Якщо сума моментів зовнішніх сил дорівнює нулю, то момент імпульсу системи не змінюється з часом.**

У цьому складається закон збереження моменту імпульсу.

Якщо позначити  $\vec{F}_i$  зовнішню силу, що прикладена до елементарної маси  $\Delta m_i$ , то за час  $dt$  вона проходить шлях

$$ds_i = R d\varphi_i,$$

де  $d\varphi_i$  - кут, на який повертається тіло за час  $dt$ . Робота сили  $\vec{F}_i$  на цьому шляху визначається проекцією сили на напрямок переміщення  $F_{\tau i}$  і дорівнює:

$$dA_i = F_{\tau i} ds_i = F_{\tau i} R d\varphi_i = M_{zi} d\varphi$$

### 1.3.3. Кінетична енергія тіла, що обертається

Кінетична енергія тіла, що обертається, дорівнює сумі кінетичних енергій

його часток:

$$W_k = \sum_i \frac{\Delta m_i v_i^2}{2}.$$

Оскільки  $v_i = \omega r_i$ , то

$$W_k = \sum_i \frac{\omega^2 \Delta m_i r_i^2}{2} = \frac{I \omega^2}{2} = \frac{L^2}{2I}, \quad (1.23)$$

де  $I$  – момент інерції тіла відносно осі обертання.

Якщо тіло масою  $m$  одночасно бере участь у поступальному і обертальному рухах (наприклад, якщо котиться колесо), то вираз для кінетичної енергії має вигляд:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \quad (1.24)$$

де  $v$  – швидкість центра мас,  $\omega$  – кутова швидкість,  $I$  – момент інерції тіла відносно осі обертання, що проходить через центр мас.

## 1.4. ЕЛЕМЕНТИ СПЕЦІАЛЬНОЇ ТЕОРІЇ ВІДНОСНОСТІ

**Спеціальна теорія відносності** є сучасною фізичною теорією простору і часу. Спеціальну теорію відносності називають **релятивістською** теорією, а явища, що описуються цією теорією, – релятивістськими ефектами, які проявляються при швидкостях руху тіл, близьких за величиною до швидкості світла у вакуумі  $c$ . Релятивістською механікою називається механіка рухів з релятивістськими швидкостями, яка ґрунтується на спеціальній теорії відносності.

В основі спеціальної теорії відносності лежать два постулати Ейнштейна.

**1. Принцип відносності:** всі закони природи інваріантні відносно переходу від однієї інерціальної системи відліку до іншої. Іншими словами: ніякі досліди (механічні, електричні, оптичні), які проведені всередині даної інерціальної системи відліку, не дають можливості виявити, чи знаходиться ця система в стані спокою чи рухається рівномірно і прямолінійно.

**2. Принцип інваріантності швидкості світла:** швидкість світла у вакуумі у всіх інерціальних системах відліку однакова. Тобто вона не залежить від швидкості джерела світла або спостерігача.

Розглянемо дві інерціальні системи відліку  $K$  і  $K'$ , яка рухається відносно  $K$  вздовж осі  $OX$  зі швидкістю  $\vec{u}$  (рис.5.1). Нехай в початковий момент часу  $t = t' = 0$ , коли координати точок  $O$  і  $O'$  збігаються, випромінюється світловий імпульс. Швидкість світла в обох системах відліку одна і та сама і дорівнює  $c$ .

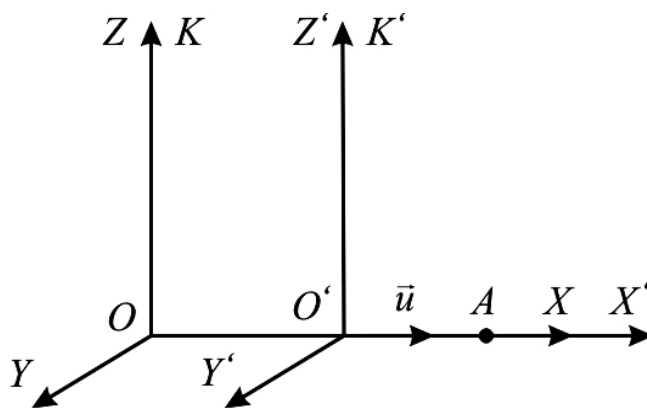


Рис.5.1

Нехай в деякій точці, яка є нерухомою в системі  $K$ , відбувається подія, тривалість якої  $\tau = t_2 - t_1$ . Тривалість цієї події в системі  $K'$  становить:

$$\tau' = t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{t_1 - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

З цього виразу видно, що  $\tau < \tau'$  і тривалість події, що відбувається в деякій точці найменша в тій інерціальній системі відліку, відносно якої ця точка нерухома. Отже, годинники, які рухаються відносно інерціальної системи відліку, йдуть повільніше від нерухомих годинників.

Нехай деяке тіло (наприклад, стрижень) розміщено вздовж осі  $OX'$ , рухається разом з системою відліку  $K'$  і має в цій системі довжину  $l_0 = x'_2 - x'_1$ , де  $x'_1$  і  $x'_2$  - координати початку і кінця стрижня, які не змінюються з часом  $t'$ . Визначимо довжину стрижня в системі  $K$ , відносно якої він рухається зі швидкістю  $\vec{u}$ . Для цього треба виміряти координати його кінців  $x_1$  і  $x_2$  і системі  $K$  в один і той самий момент часу  $t$ :

$$l_0 = x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - ut}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x_1 - ut}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Відкially видно, що розміри тіла  $l = l_0 \sqrt{1-\beta^2}$ .

Очевидно, що довжина стрижня, яка вимірюється в системі, відносно якої він рухається, є меншою від довжини, що вимірюється в системі, відносно якої стрижень знаходиться у стані спокою. Причому поперечні розміри тіла не залежать від швидкості його руху і однакові у всіх інерціальних системах відліку.

В релятивістській механіці, як і в ньютонівській, імпульс  $\vec{p}$  матеріальної точки пропорційний до її маси і збігається за напрямком з її швидкістю  $\vec{v}$ . Але на відміну від ньютонівської механіки, імпульс матеріальної точки є нелінійною функцією її швидкості:

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0\vec{v}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

де

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Це співвідношення є релятивістська маса, а  $m_0$  - маса спокою матеріальної точки, тобто маса, яка виміряна в тій інерціальній системі відліку, відносно якої матеріальна точка знаходиться в стані спокою.

Основний закон релятивістської динаміки: **швидкість зміни імпульсу матеріальної точки дорівнює силі  $\vec{F}$ , що діє на цю точку, має вигляд:**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F} \Rightarrow \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{v} \right) = \vec{F}.$$

Якщо проінтегрувати отримане співвідношення, маємо:

$$E_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + C.$$

При  $v=0$   $E_k = 0$ , і з цієї умови визначаємо константу  $C = -m_0 c^2$ . Кінцевий вираз для релятивістської кінетичної енергії матеріальної точки буде:

$$E_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2 = m c^2 - m_0 c^2.$$

Таким чином, Ейнштейн отримав універсальну залежність між повною енергією тіла і його масою:

$$E = m c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Якщо тіло нерухоме, то  $E_0 = m_0 c^2$  - енергія спокою тіла.

Встановимо зв'язок між повною енергією тіла та його релятивістським імпульсом:

$$\begin{aligned} E^2 = m^2 c^4 &= \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) + \frac{m_0^2 c^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = m_0^2 c^4 + \frac{m_0^2 c^2 v^2}{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \\ &= m_0^2 c^4 + m^2 c^2 v^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \end{aligned}$$

або:

$$E = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2} = \sqrt{E_0^2 + p^2 c^2}.$$

## 2. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА І ТЕРМОДИНАМІКА

### 2.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ І ВЕЛИЧИНИ

Молекулярна фізика на основі уявлень про молекулярний рух пояснює фізичні властивості речовини в газоподібному, рідкому і твердому стані, явища переходу з одного стану в інший, а також фізичні процеси, що відбуваються в речовині при зовнішніх впливах.

Молекулярна фізика вивчає явища, що є результатом сукупної дії величезної кількості частинок.

Відповідно до молекулярно-кінетичних уявлень будь-яке тіло (газоподібне, рідке чи тверде) складається з дрібних відокремлених частинок, атомів, молекул, взаємодіючих між собою. Вони перебувають в безладному, хаотичному русі, інтенсивність якого залежить від температури тіла.

Термодинамічний стан речовини характеризується сукупністю величин, які називаються параметрами стану. У найпростіших випадках параметрами системи є тиск  $P$ , температура  $T$  і об'єм  $V$ . Зміна двох чи відразу всіх трьох параметрів стану системи називається термодинамічним процесом.

**Температура.** Температуру можна визначити як величину, що характеризує ступінь нагрітості тіла. У фізиці користуються термодинамічною шкалою температур (шкалою Кельвіна). Термодинамічна (абсолютна) температура є величина, пропорційна середній енергії поступального руху молекули:

$$\langle \varepsilon_{\text{пост}} \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

де  $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$  – стала Больцмана.

Термодинамічна температура  $T$  зв'язана з температурою  $t$  за шкалою Цельсія співвідношенням:

$$T = t + 273,15.$$

Одиницею виміру абсолютної температури є *Кельвін* ( $K$ ), одна з основних одиниць у системі СІ.

Тиск. При своєму русі молекули газу стикаються зі стінкою посудини, у якій вміщено газ, створюючи тим самим тиск газу на стінку.



У замкненій системі тиск газу пропорційний середньому квадрату швидкості руху молекул або температурі

$$P = \frac{1}{3} n m_0 \langle v^2 \rangle = nkT,$$

де  $n$  – концентрація молекул,  $m_0$  – маса однієї молекули,  $\langle v^2 \rangle$  – середнє значення квадрату швидкості хаотичного руху молекул.

**Кількість речовини однорідного газу.** Кількість речовини  $\nu$  характеризує кількість структурних елементів, що містяться в даній системі. Це можуть бути атоми, молекули й інші частинки. Одиниця кількості речовини – 1 моль. Це така кількість речовини, у якій міститься стільки ж структурних елементів, скільки міститься атомів у 0,012 кг ізотопу вуглецю  $^{12}\text{C}$  — число Авогадро  $N_A$ .

Кількість молів речовини однорідного газу

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A},$$

де  $N_A$  – число Авогадро,  $m$  – маса газу,  $M$  – молярна маса,  $N$  – кількість структурних елементів.

Якщо система являє собою суміш декількох газів з числом структурних елементів  $N_1, N_2, \dots, N_n$ , то кількість речовини системи:

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n = \frac{N_1 + N_2 + \dots + N_n}{N_A},$$

а  
бо

$$\nu = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \dots + \frac{m_n}{M_n},$$

де  $m_1, m_2, \dots, m_n$  – маси компонентів газової суміші,  $M_1, M_2, \dots, M_n$  – їх молярні маси.

Тиск суміші газів визначається за законом Дальтона і дорівнює  $P = P_1 + P_2 + \dots + P_n$ , де  $P_1, P_2, \dots$  – парціальні тиски (парціальний тиск – це тиск, що здійснював би кожний газ на стінки посудини, якщо інших складових суміші не було б),  $n$  – число компонентів газової суміші.

Молярна маса суміші газів дорівнює  $M = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_n}$ .

Середня квадратична швидкість молекул газу визначається за формулою

$$v_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}},$$

де  $R = N_A k$  – універсальна газова стала,  $m_0$  – маса однієї молекули.

## 2.2. РІВНЯННЯ СТАНУ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ

Ідеальний газ – це фізична модель газу, у якому його структурні елементи (атоми чи молекули) є матеріальними точками, які не взаємодіють між собою на відстані, а взаємодіють коли зіштовхуються як пружні кулі. Те, що молекули можуть складатися з декількох атомів, враховується введенням поняття числа ступенів свободи, від яких залежать теплоємність і внутрішня енергія газу. На формальну модель ідеального газу це ніяк не впливає.

Рівняння стану ідеального газу і рівняння Менделєєва-Клапейрона визначають зв'язок між параметрами системи  $P$ ,  $V$  і  $T$ . Для постійної маси ідеального газу рівняння стану

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}, \quad \text{чи} \quad \frac{PV}{T} = \text{const},$$

де  $P_1, V_1, T_1$  – тиск, об'єм і температура в стані 1,

$P_2, V_2, T_2$  – тиск, об'єм і температура в стані 2.

Рівняння Менделєєва-Клапейрона є узагальненням рівняння стану ідеального газу у випадку змінної маси. Рівняння стану ідеального газу поєднує в собі три окремі випадки (три газових закони, що описують три ізопроееси).

*Закон Бойля-Маріота*, ізотермічний процес,  $T = \text{const}$ .

$$PV = \text{const} \quad \text{або} \quad P_1 V_1 = P_2 V_2.$$

*Закон Гей-Люссака*, ізобаричний процес,  $P = \text{const}$

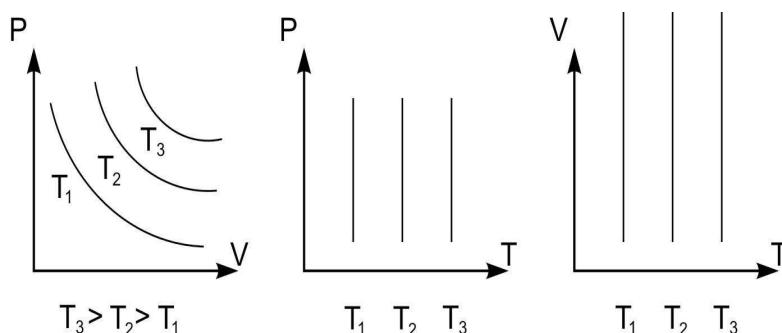
$$\frac{V}{T} = \text{const} \quad \text{або} \quad \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

*Закон Шарля*, ізохоричний процес,  $V = \text{const}$

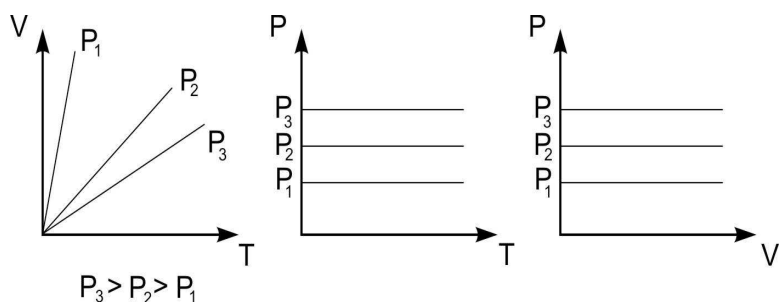
$$\frac{P}{T} = \text{const} \quad \text{або} \quad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}.$$

## 2.3. ГРАФІЧНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ГАЗОВИХ ЗАКОНІВ

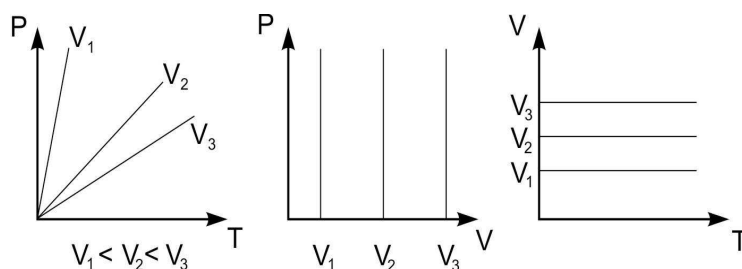
### *Ізотермічні процеси ( $T = \text{const}$ )*



### *Ізобаричні процеси ( $P = \text{const}$ )*



### *Ізохоричні процеси ( $V = \text{const}$ )*



## 2.4. ПЕРШИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ

Усі термодинамічні процеси супроводжуються обміном або перетворенням енергії. При цьому завжди виконується перший закон термодинаміки.

Закон збереження енергії набуває в термодинаміці специфічного вигляду. При його застосуванні необхідно враховувати внутрішню енергію тіла, тобто кінетичну і потенціальну енергію його молекул.

### *Перший закон термодинаміки.*

Кількість тепла, що підведена до термодинамічної системи, витрачається на підвищення її внутрішньої енергії і роботу, що виконує система проти зовнішніх сил:

$$Q = \Delta U + A,$$

де  $Q$  - підведена до системи кількість тепла;

$A$  - виконана системою робота;

$\Delta U$  - зміна внутрішньої енергії системи.

При нескінченно малих значеннях величин (у диференціальному вигляді) перший закон термодинаміки записується так:

$$dQ = dU + dA.$$

Якщо робота  $A'$  виконується над системою, то  $A' = -A$ . При збільшенні внутрішньої енергії системи  $\Delta U > 0$ , при зменшенні  $\Delta U < 0$ .

## 2.5. РОБОТА, ЩО ВИКОНУЄТЬСЯ ГАЗОМ ПРИ РОЗШИРЕННІ

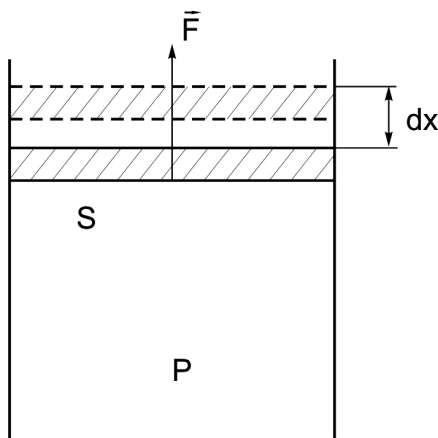


Рис. 2.1

Газ може виконувати роботу над зовнішніми тілами тільки в тому випадку, коли він розширюється. Елементарна робота (див. рис. 2.1)

$$dA = F dx = P S dx = P dV.$$

Повна робота при зміні об'єму газу від  $V_1$

до  $V_2$  дорівнює:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

При ізохоричному процесі  $A = 0$ . При ізобаричному процесі  $A = p(V_2 - V_1)$ .

При ізотермічному процесі  $A = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ .

## 2.6. ТЕПЛОЄМНІСТЬ ІДЕАЛЬНОГО ГАЗУ

Теплоємність тіла  $C_{тіла}$  – це кількість тепла, необхідного для нагрівання його на  $1 K$ .

$$C_{тіла} = \frac{Q}{\Delta T} \text{ (якщо } Q \text{ не залежить від } T \text{)}$$

$$C_{тіла} = \frac{dQ}{dT} \text{ (якщо } Q \text{ залежить від } T \text{)}$$

де  $Q$  і  $dQ$  – кінцева або нескінченно мала кількість тепла, необхідна для нагрівання тіла на  $\Delta T$  або  $dT$  кельвінів;

$C_{тіла}$  залежить від маси, його природи (речовини, структури молекул) і процесу нагрівання.

Питома теплоємність  $c_{nm}$  – це кількість тепла, необхідна для нагрівання  $1$  кг речовини:

$$c_{nm} = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT} = \frac{C_{mila}}{m}.$$

$c_{nm}$  залежить від тих же величин, що і  $C_{mila}$ , крім маси.

Молярна теплоємність – це кількість тепла, необхідна для нагрівання одного моля на  $1 K$ :

$$C_M = \frac{M}{m} \frac{dQ}{dT} = M c_{nm} = \frac{MC_{mila}}{m}$$

$C_M$  залежить тільки від структури молекул і процесу нагрівання. Молярна теплоємність при постійному об'ємі -  $C_V = \frac{i}{2}R$ , при постійному тиску -  $C_P = \frac{i+2}{2}R$ . де  $i$  – число ступенів свободи молекули, тобто число незалежних координат, необхідних для опису положення молекули.

## 2.7 ВНУТРІШНЯ ЕНЕРГІЯ

Внутрішня енергія системи це сума кінетичної енергії теплового руху її молекул і потенціальної енергії взаємодії всіх частинок системи між собою. Для ідеального газу остання дорівнює нулю.

Внутрішня енергія системи є функцією стану системи, тобто залежить тільки від параметрів стану і не залежить від способу, яким цей стан було досягнуто.

Кожному термодинамічному стану системи відповідає певне значення внутрішньої енергії. Зміна внутрішньої енергії системи залежить тільки від початкового і кінцевого стану системи.

Внутрішня енергія певної кількості речовини ідеального газу залежить від температури і числа ступенів свободи молекул, яке, у свою чергу, залежить від структури молекул і температури

$$U = \frac{m}{M} C_V T = \frac{m}{M} \frac{i}{2} RT = \frac{i}{2} PV,$$

де  $C_V$  - молярна теплоємність при постійному об'ємі,  $i$  - число ступенів свободи.

Для **одноатомного** газу  $i = 3$ , для двоатомного –  $i = 5$  і для багатоатомного –  $i = 6$  при  $100 \leq T \leq 2000 \text{ K}$  (без врахування, коливального руху атомів, що виникає при  $T \geq 2000 \text{ K}$ ). При враховуванні коливального руху двоатомних молекул  $i = 7$ .

## 2.8. АДІАБАТИЧНИЙ ПРОЦЕС

Адіабатичний процес протікає без теплообміну з навколишнім середовищем, тобто при повній теплоізоляції системи  $dQ = 0$ .

У цьому випадку перший закон термодинаміки має вигляд

$$0 = dU + P dV.$$

Оскільки  $dU = \nu C_V dT$  і  $P = \nu RT / V$ ,

в результаті підстановки одержимо:  $\nu C_V dT = \nu RT dV / V$ .

Підставляємо  $R = C_p - C_v$  і інтегруємо обидві частини рівняння. Маємо:

$$C_V \frac{dT}{T} = (C_P - C_V) \frac{dV}{V}; \quad \frac{dT}{T} = (\gamma - 1) \frac{dV}{V};$$

$$\text{const} - \ln T = (\gamma - 1) \ln V;$$

$$TV^{\gamma-1} = \text{const};$$

$$PV^\gamma = \text{const};$$

$$T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{const}.$$

Кожне з останніх трьох рівнянь являє собою рівняння адіабатичного процесу. Коефіцієнт  $\gamma$  називають сталою Пуассона:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}.$$

Умова  $dQ = 0$  на практиці не може бути здійсненою. Вона наближено виконується тільки для дуже швидких процесів

Робота в адіабатичному процесі обчислюється інтегруванням рівняння:

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV.$$

В результаті підстановки величин, зв'язаних рівнянням адіабатичного процесу, отримуємо результат:

$$A_{1 \rightarrow 2} = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right] = \frac{m}{M} \cdot \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right].$$

## 2.9. ЦИКЛ КАРНО

Цикл Карно – оборотний цикл, що відбувається у тепловій машині і складається з двох ізотермічних і двох адіабатичних процесів.

Теплова машина (двигун) – це періодично діючий двигун, що виконує роботу за рахунок отриманого ззовні тепла.

Коефіцієнт корисної дії будь-якої теплової машини  $\eta$  (к.к.д.) – це відношення виконаної за цикл роботи  $A$  до отриманої за цикл кількості тепла  $Q_1$  від нагрівача при розширенні газу (робочої речовини):

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

де  $Q_2$  – теплота, що віддана холодильнику при стисканні газу.

К.к.д. теплової машини, що працює за циклом Карно, визначається температурами нагрівача  $T_1$  і холодильника  $T_2$ :

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

## 2.10. ДРУГИЙ ЗАКОН ТЕРМОДИНАМІКИ. ЕНТРОПІЯ

Перший закон термодинаміки не дає ніяких вказівок відносно напрямку, в якому можуть відбуватися процеси в природі. Якщо, наприклад, відбувається теплообмін між двома тілами з різною температурою, то закон збереження енергії (перший закон термодинаміки) вказує тільки на те, що кількість тепла, яка віддана одним тілом, дорівнює кількості тепла, яку отримує друге тіло. В якому напрямку буде переходити тепло – на це питання перший закон термодинаміки відповісти не може. За першим законом можливим був би процес, в якому тепло спонтанно (самочинно) переходило б від тіла менш нагрітого до тіла більш нагрітого.

Про напрямки процесів, які можуть відбуватися в природі дозволяє судити другий закон термодинаміки. Клаузіус це формулював так: “теплота сама по собі не може переходити від менш нагрітого тіла до більш негрітого”. Для такого переходу теплоти необхідна витрата роботи від зовнішнього джерела, що відбувається, наприклад, в холодильній машині.

Інше формулювання другого закону термодинаміки дають Томсон і Планк: “Неможливим є такий періодичний процес, єдиним результатом якого було б

перетворення теплоти в роботу». Можливим є тільки такий процес, при якому тільки частина теплоти, яку отримує робоче тіло теплової машини, перетворюється в роботу, а інша частина теплоти не використовується, а передається холодильнику, який має нижчу температуру». Таким чином, в будь-якій тепловій машині перетворюється в роботу тільки частина отриманої від нагрівача теплоти.

Проаналізуємо процеси, які зустрічаються в природі. Процеси, при протіканні яких спочатку в одному напрямку, а потім в зворотному, в оточуючих тілах залишаються які-небудь зміни, називаються необоротними. Такі процеси самочинно протікають тільки в одному напрямку (це може бути перехід тепла від нагрітого тіла до холодного, дифузія, розширення газу в пустоту і таке інше). Фактично всі явища природи є необерненими.

Поряд з необерненими процесами існують обернені, тобто такі, що в результаті прямого і зворотного процесів вся система повертається в первинний стан і в оточуючих тілах не залишається будь-яких змін. Це, наприклад, механічні процеси, якщо в них немає перетворення механічної енергії в теплову. В термодинаміці це можуть бути процеси, в яких відсутнє тертя і теплопровідність.

Крім перелічених вище формулювань другого закону термодинаміки можна дати інше формулювання за допомогою такого поняття як ентропія. Ентропія – це функція стану системи, зміна якої характеризує напрямок протікання спонтанних процесів в замкненій термодинамічній системі. Як будь-яка функція стану, вона визначається тільки параметрами стану і не залежить від процесу, за допомогою якого система прийшла в цей стан.

Різниця ентропій системи в двох довільних станах  $A$  і  $B$  обчислюється за формулою:

$$\Delta S = S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

де  $dQ$  - кількість тепла, що надається системі при нескінченно малому зміні її стану,  $T$  - абсолютна термодинамічна температура, при якій тепло поглинається системою. Цей інтеграл обчислюється для будь-якого оберненого процесу, яким відбувається перехід із стану  $A$  в стан  $B$ .

Якщо процес необернений, то

$$\int_A^B \frac{dQ_{необ}}{T} < \Delta S.$$



Другий закон термодинаміки твердить:

**Ентропія замкненої системи може тільки зростати, якщо в ній протікають необернені процеси, і залишатися незмінною, якщо в системі протікають лише обернені процеси.**

$$\Delta S \geq 0.$$

Таким чином, зміна ентропії характеризує напрямок протікання природних процесів в замкненій системі: природні процеси проходять в напрямку зростання ентропії.

Реальна замкнена система в загальному випадку складається з декількох тіл. Повна зміна ентропії складається з змін ентропій окремих частин системи. Ентропія окремих тіл системи може як зростати, так і зменшуватися, але загальна зміна ентропії звжди позитивна, тобто ентропія системи зростає, якщо в ній протікають не обернені процеси:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_3 + \dots + \Delta S_N.$$

### 3. ЕЛЕКТРОСТАТИКА

#### 3.1. ЕЛЕКТРИЧНІ ЗАРЯДИ. ВЗАЄМОДІЯ ЗАРЯДІВ

Електричний заряд – скалярна фізична величина, що є мірою електромагнітних взаємодій. Існують два види зарядів – позитивні і негативні. Найменша порція електричного заряду називається елементарним зарядом:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$$

Заряди не існують окремо від частинок, так само, як і маса частинок. Так, електрон має негативний елементарний заряд, протон – позитивний елементарний заряд.

Всі тіла живої і неживої природи побудовані з атомів, до складу яких входять заряджені частинки - електрони і протони. Протони разом з нейтронами утворюють позитивно заряджене атомне ядро, що утримує навколо себе оболонку з електронів, що обертаються навколо ядра й несуть елементарні негативні заряди. Електричні сили взаємодії зв'язують ядро і електронну оболонку в єдину систему - електрично нейтральний атом. Внаслідок зовнішніх впливів деякі атоми, що входять до складу тіла, можуть втратити по декілька електронів, слабкіше за інші зв'язаних з ядром, і перетворюються в позитивні іони, а тіло в цілому здобуває позитивний заряд. Одержання надлишкового заряду в тілі називається його *електризацією*. Тіло електризується позитивно, якщо його атоми втрачають електрони, і негативно, якщо тіло приймає надлишкові електрони ззовні.

Заряд тіла може мати значення, які кратні *елементарному* заряду:

$$q = \pm ne \quad (n=0,1,2,3\dots)$$

Поняття *точкові заряди* означає заряджені тіла чи частинки, розміри яких малі в порівнянні з відстанями між ними в даних умовах.

Дослід показує, що в ізольованій системі тіл алгебраїчна сума зарядів зберігається постійною незалежно від того, які процеси відбуваються в цій системі. Це фундаментальне положення називається *законом збереження заряду*.

Сили взаємодії двох точкових нерухомих зарядів  $q_1$  і  $q_2$ , що знаходяться на відстані  $r$ , визначаються *законом Кулона* (1785 р.):

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\epsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, \quad (3.1)$$

де  $\epsilon_0$  – *електрична стала*, що залежить від вибору одиниць вимірювання,  $\epsilon$  — діелектрична проникність середовища, у якому знаходяться заряди, що взаємодіють (для вакууму  $\epsilon = 1$ ),  $\frac{\vec{r}}{r}$  – одиничний вектор в напрямку лінії, що з'єднує заряди.

Сили взаємодії між точковими зарядами спрямовані вздовж прямої, що з'єднує заряди (центральні сили). Для різнойменних зарядів це сили притягання, а для однойменних – сили відштовхування. Кулонівські сили відносяться до класу електромагнітних взаємодій. Між зарядами, що рухаються, існує також магнітна взаємодія, що тим більш значна, чим швидкість руху ближче до швидкості світла у вакуумі  $c$ . Модуль заряду від швидкості його руху не залежить.

При взаємодії електронів і ядер в атомах основну роль грають саме кулонівські сили. Дія гравітаційних сил в атомних системах взагалі не враховується, тому що вони дуже малі. Наприклад, гравітаційна сила взаємодії електронів між собою в  $10^{42}$  разів менше за кулонівську, для протонів з електронами – в  $10^{39}$  разів менше.

### 3.2. ЕЛЕКТРИЧНЕ ПОЛЕ. НАПРУЖЕНІСТЬ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ

Силова взаємодія між будь-якими тілами не може відбуватися без участі матерії. Заряджені частинки і тіла, знаходячись на відстані, взаємодіють одне з одним за посередництвом своїх електричних полів, що являють собою один з видів матерії, який існує поряд з речовиною. Поле нерухомих зарядів називається *електростатичним*.

Електричне поле виявляє себе по силовій дії на заряди, наприклад, на позитивний *спробний* заряд  $q$  (настільки малий, щоб він не викликав перерозподілу

зарядів у навколишніх тілах, і точковий, щоб визначити поле в точці).

Силовою характеристикою поля є *напруженість*  $\vec{E}$  – векторна величина, яка дорівнює відношенню сили, що діє з боку поля на вміщений у дану точку простору спробний заряд, до значення цього заряду:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

Напруженість електричного поля вимірюється в ньютонах на кулон (Н/Кл).

На заряд  $q$ , що знаходиться в точці поля з напруженістю  $\vec{E}$ , діє сила

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad . \quad (3.2)$$

Вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{F}$  збігаються за напрямком при  $q > 0$  і протилежні за напрямком, якщо  $q < 0$ . Поле називається *однорідним*, якщо напруженість поля  $\vec{E}$  у всіх точках простору однакова за модулем і напрямком.

Вираз для модуля напруженості поля точкового заряду випливає з закону Кулона і має вигляд:

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2} \quad . \quad (3.3)$$

Напруженість поля  $\vec{E}$ , що створюється системою зарядів  $q_1, q_2, q_3, \dots$ , на основі принципу незалежності дії сил можна знайти як векторну суму напруженостей полів цих зарядів:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots \quad .$$

Це положення називається *принципом суперпозиції* і використовується для розрахунку полів.

Електричне поле прийнято зображати графічно за допомогою *ліній напруженості*, тобто ліній, дотична до яких у кожній точці збігається з напрямком вектора  $\vec{E}$ .

Число ліній напруженості, що пронизують уявну одиничну площадку, перпендикулярну до цих ліній, є рівним модулю напруженості в даній точці.

Лінії напруженості електростатичного поля починаються на позитивних і закінчуються на негативних зарядах, ніде не замикаються і не перетинаються. На рис. 3.1 лініями напруженості показана картина електричного поля диполя – двох однакових за модулем різнойменних зарядів, розташованих на деякій відстані.

Однорідне поле зображується паралельними прямими, що знаходяться на однакових відстанях одна від одної. Поле точкового заряду являє собою розбіжні (чи такі, що сходяться) від нього промені.

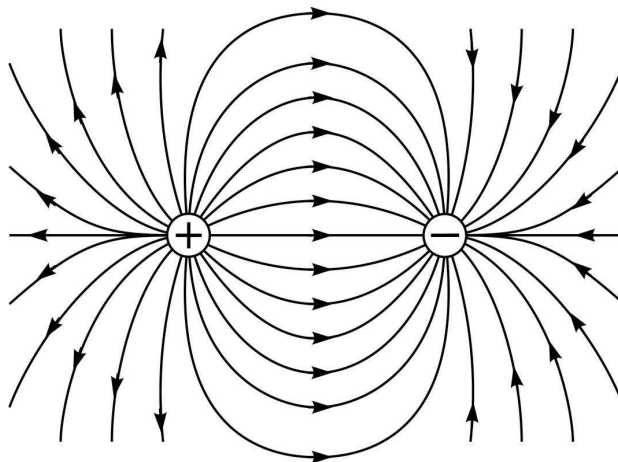


Рис. 3.1

### 3.3. ТЕОРЕМА ГАУССА

Потік вектора  $\vec{E}$  крізь деяку поверхню чисельно дорівнює кількості ліній  $\vec{E}$ , що перетинають цю поверхню. Внаслідок цього, потік вектора  $\vec{E}$  крізь поверхню, що охоплює заряд, дорівнює  $\frac{q}{\epsilon_0}$ :

$$\Phi = \oint_S E_n dS = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

Якщо всередині поверхні зарядів декілька, то за принципом суперпозиції полів маємо:

$$E_n = E_{n1} + E_{n2} + E_{n3} + \dots = \sum E_{ni}.$$

Підставляючи цей вираз в формулу для потоку отримуємо:

$$\oint_S E_n dS = \oint_S (\sum E_{ni}) dS = \sum \oint_S E_{ni} dS.$$

В кінцевому вигляді:

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum q_i.$$

Це співвідношення носить назву теореми Гаусса. Формулювання її таке:

**Потік вектора напруженості електричного поля крізь замкнену поверхню дорівнює алгебраїчній сумі зарядів, що містяться всередині цієї замкненої поверхні, поділеної на  $\epsilon_0$ .**

За допомогою цієї теореми можна обчислювати напруженості полів різноманітних розташувань зарядів в просторі. Наведемо деякі з них.

1. Поле нескінченної рівномірно зарядженої площини:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon\epsilon_0},$$

де  $\sigma$  - поверхнева густина електричного заряду.

2. Поле нескінченного рівномірно зарядженого циліндра:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon\epsilon_0 r} (r \geq R),$$

де  $\lambda$  - лінійна густина електричного заряду.

Якщо  $r < R$ , то замкнена поверхня, по якій відбувається інтегрування за теоремою Гаусса не містить у собі електричних зарядів тому  $E(r) = 0$ .

3. Поле рівномірно зарядженої зарядом  $q$  сферичної поверхні:

$$E(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} (r \geq R) \\ 0 (r < R) \end{cases}.$$

4. Поле рівномірно зарядженої зарядом  $q$  кулі:

$$E(r) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} (r \geq R) \\ \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \frac{q}{R^3} \cdot r (r < R) \end{cases}.$$

### 3.4. РОБОТА СИЛ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНОГО ПОЛЯ. ПОТЕНЦІАЛ

Розрахуємо роботу, яку виконує поле позитивного точкового заряду  $q$  при переміщенні позитивного пробного заряду  $q_0$  із точки 1 в точку 2 (рис.3.2).

У процесі його руху сила взаємодії зарядів  $q$  і  $q_0$  буде мінятися. Спочатку визначимо елементарну роботу на малій ділянці шляху  $dl$ , на якому цю силу можна вважати постійною:

$$dA = Fdl \cos \alpha,$$

де  $\alpha$  – кут між переміщенням  $d\vec{l}$  і силою  $\vec{F}$ .

Зважаючи на те, що  $dl \cos \alpha = dr$ , знайдемо повну роботу підсумуванням елементарних робіт на всьому шляху  $1 \rightarrow 2$ .

$$A_{1 \rightarrow 2} = \int_{r_1}^{r_2} \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2} dr = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 \epsilon} \left[ -\frac{1}{r} \right]_{r_1}^{r_2} = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_1} - \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r_2} \quad (3.4)$$

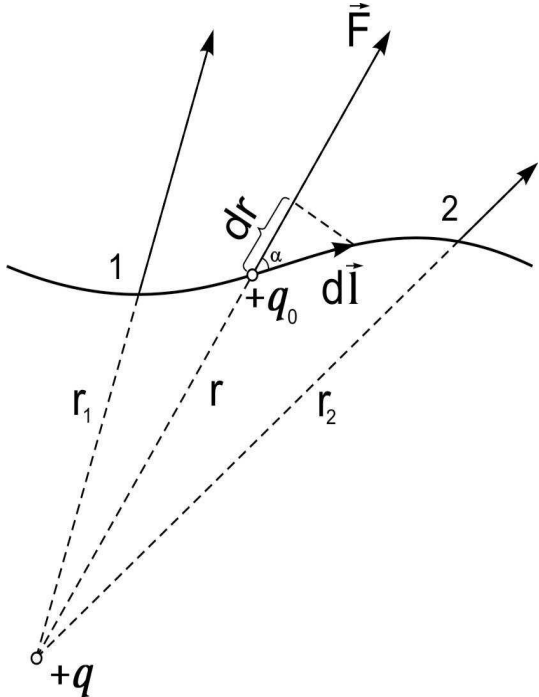


Рис. 3.2

Звідси видно, що робота кулонівських сил визначається тільки початковим і кінцевим положеннями спробного заряду  $q_0$ . Це означає, що *електростатичне поле є потенціальним, а кулонівські сили – консервативними*. Робота консервативних сил дорівнює зменшенню потенційної енергії:

$$A = W_{p.1} - W_{p.2}$$

Зіставляючи цю рівність з виразом (3.4), одержимо формулу для потенційної енергії заряду  $q_0$ , що знаходиться в полі заряду  $q$ :

$$W_p = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r} + C.$$

Якщо прийняти в нескінченності  $W_p=0$ , то постійна  $C$  буде дорівнювати нулю. Тоді

$$W_p = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r}.$$

Відношення  $\frac{W_p}{q_0} = \varphi$  не залежить від значення спробного заряду  $q_0$  і є

енергетичною характеристикою поля, яка називається *потенціалом*.

**Потенціал – скалярна фізична величина, що характеризує здатність поля виконувати роботу і дорівнює відношенню потенційної енергії спробного точкового заряду, вміщеного в дану точку поля, до значення цього заряду. Можна також сказати, що потенціал даної точки поля дорівнює роботі, яку виконує поле при переміщенні одиничного позитивного заряду з цієї точки поля в нескінченність:**

$$\varphi = \frac{W_p}{q_0} = \frac{A}{q_0}.$$

Потенціал поля точкового заряду  $q$  виражається формулою:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r} .$$

Якщо заряд  $q$  переміщується з точки з потенціалом  $\varphi_1$  у точку з потенціалом  $\varphi_2$ , то сили поля виконують роботу

$$A = W_{p,1} - W_{p,2} = q(\varphi_1 - \varphi_2) , \quad (3.5)$$

яка дорівнює добутку заряду на різницю потенціалів  $(\varphi_1 - \varphi_2)$ .

Знак потенціалу визначається знаком заряду, що створює поле. Якщо поле утворене системою зарядів, то потенціал  $\varphi$  дорівнює алгебраїчній сумі потенціалів полів, створюваних кожним із зарядів окремо:

$$\varphi = \sum_{i=1}^N \varphi_i .$$

Точки простору, в яких потенціал має однакові значення, утворюють поверхню, яка називається *еквіпотенціальною*. Переміщення заряду вздовж цієї поверхні не супроводжується виконанням роботи ( $\varphi = const, \quad d\varphi = 0$ ). Це означає, що сили електричного поля, а отже, і *лінії напруженості перпендикулярні до еквіпотенціальних поверхонь*.

За одиницю потенціалу прийнятий вольт ( $B$ ):

$$1B = 1\text{Дж}/1\text{Кл}.$$

В атомній фізиці широко застосовується позасистемна одиниця енергії – електронвольт ( $eB$ ). За  $1\text{ eB}$  приймається енергія, яку набуває електрон, що пройшов різницю потенціалів  $1B$ . На основі формули (3.5) знаходимо:

$$1\text{ eB} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1B = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} .$$

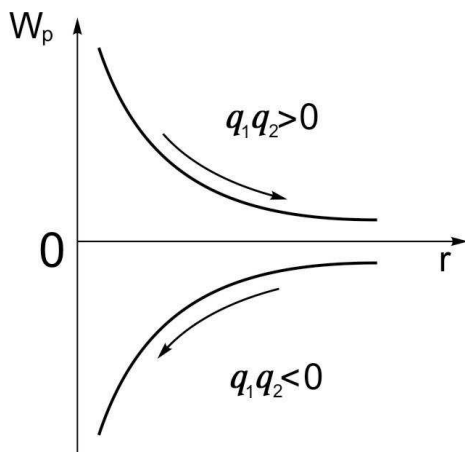


Рис. 3.3

Для порівняння помітимо, що енергія теплового руху молекул при кімнатній температурі ( $T \approx 300\text{ K}$ ) має порядок:

$$kT = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \text{ eB} \approx \frac{1}{40} \text{ eB}$$

Тут  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж} / \text{К}$  – стала Больцмана.



Криві потенціальної енергії взаємодії двох точкових зарядів на рисунку 3.3 виражають залежність її від відстані  $r$  між ними (для однойменних зарядів  $W_p > 0$  і для різнойменних  $W_p < 0$ ). Тому що обидві потенціальні криві не мають мінімуму (потенціальної ями), то система з двох нерухомих зарядів не може знаходитися в стійкій рівновазі: під дією кулонівських сил однойменні заряди розходяться на нескінченно велику відстань, а різнойменні – зближаються до злиття і нейтралізації. Це твердження виявляється справедливим для будь-якого числа зарядів при будь-якій їхньому розташуванні: *усяка конфігурація нерухомих електричних зарядів хитлива, якщо між ними діють тільки кулонівські сили.*

Це положення називається *теоремою Ірншоу*. З неї, зокрема, випливає, що модель атома, як система, що складається з електричних зарядів, не може бути статичною. Безперервний рух електронів в атомах, коливання ядер у молекулах, іонів у кристалах – необхідна умова стійкості цих систем. Дослідження показують, що ці рухи не припиняються навіть при абсолютному нулі температури.

### 3.5. ЗВ'ЯЗОК МІЖ НАПРУЖЕНІСТЮ І ПОТЕНЦІАЛОМ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ

Дві основні характеристики електричного поля - напруженість  $\vec{E}$  і потенціал  $\varphi$  - зв'язані між собою. Це можна показати, якщо переміщувати позитивний точковий заряд  $q_0$  на малу відстань  $dl$  із точки 1 у точку 2 в полі з напруженістю  $\vec{E}$  (рис.3.4).

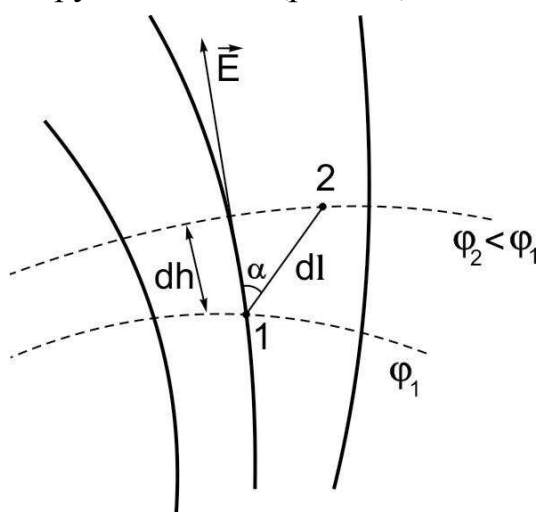


Рис. 3.4

Через точки 1 і 2 проходять еквіпотенціальні поверхні з потенціалами  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  (нехай  $(\varphi_1 > \varphi_2)$ ). Якщо переміщення  $dl$  складає кут  $\alpha$  з напрямком вектора  $\vec{E}$ , то роботу  $dA$  можна виразити так:

$$dA = q_0 E dl \cos \alpha. \quad (3.6)$$

З іншого боку, відповідно до формули (3.5):

$dA = -q_0 d\varphi$ , де  $d\varphi$  – нескінченно мала різниця потенціалів.

Порівнявши вирази для роботи з двох останніх формул і зважаючи на те,

що  $dl \cos \alpha = dh$  є найкоротша відстань між еквіпотенціальними поверхнями, вимірювана по нормалі до них, тобто вздовж лінії напруженості, одержимо:

$$E = -\frac{d\varphi}{dh}. \quad (3.7)$$

Це значить, що *модуль напруженості поля в даній точці визначається швидкістю падіння потенціалу вздовж лінії напруженості.*

Знак “-” показує, що вектор  $\vec{E}$  спрямований у бік зменшення потенціалу.

Величина  $\frac{d\varphi}{dh}$  називається *градієнтом потенціалу*.

Для однорідного поля вираз (3.7) має простий вигляд:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}, \quad (3.8)$$

де  $d$  – відстань уздовж лінії напруженості між точками з потенціалами  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$ .

Відповідно до формули (3.7) напруженість електричного поля може виражатися у вольтах на метр, причому

$$1 \text{ В/м} = 1 \text{ Н/Кл}.$$

### 3.6. ЕЛЕКТРОЄМНІСТЬ. ЕНЕРГІЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ

Якщо відокремленому провідникові надавати заряди  $q_1, q_2, q_3, \dots$ , то він буде мати потенціали  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$  відповідно. Для кожного провідника відношення

$\frac{q_1}{\varphi_1} = \frac{q_2}{\varphi_2} = \frac{q_3}{\varphi_3} \dots$  є величина стала; ця величина називається *електроємністю*

(*ємністю*) *провідника* і позначається через  $C$ :

$$C = \frac{q}{\varphi}.$$

Одиниця ємності – Фарад (Ф):

$$1 \text{ Ф} = 1 \text{ Кл} / 1 \text{ В}.$$

У більшості випадків користуються дрібними одиницями – мікрофарадами і пікофарадами:

$$1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \text{ Ф}, \quad 1 \text{ нФ} = 10^{-12} \text{ Ф}.$$

Ємність провідника визначається його розмірами, формою, діелектричною проникністю навколишнього середовища і, крім того, залежить від присутності і розташування оточуючих тіл, що впливають на конфігурацію поля і, отже, на потенціал зарядженого провідника.

Система двох близько розташованих провідників, розділених шаром діелектрика, називається *конденсатором* (рис.3.5).

Ємність конденсатора визначається формулою

$$C = \frac{q}{U}, \quad (3.9)$$

де  $U = \varphi_1 - \varphi_2$  – різниця потенціалів між провідниками (обкладками конденсатора), що несуть заряди  $+q$ ,  $-q$ .

Внаслідок того, що електричне поле конденсатора зосереджене між його обкладинками, зовнішні тіла не впливають на нього і, отже, не змінюють ємність конденсатора.

На рисунку 3.6 показаний плоский конденсатор ( $S$  – площа кожної пластини,  $d$  – відстань між ними,  $\sigma$  – поверхнева густина заряду на пластинах і  $\varepsilon$  – діелектрична проникність середовища, що заповнює простір між пластинами).

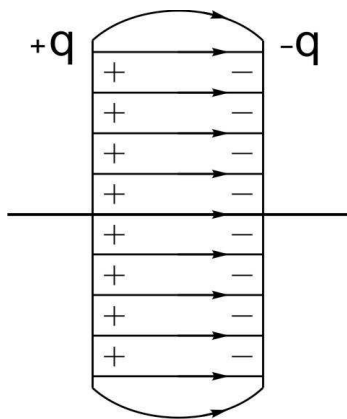


Рис.3.5

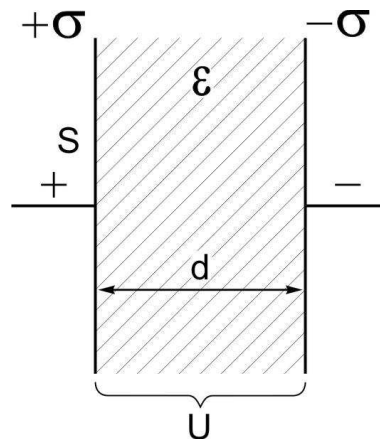


Рис.3.6

Якщо відстань між пластинами мала в порівнянні з розмірами пластин, то поле між ними можна вважати однорідним. Напруженість поля в цьому випадку визначається за формулою:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

З цієї формули і з (3.8) випливає:

$$U = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

Підставивши цей вираз в (3.9) і вважаючи, що  $q = \sigma S$ , одержимо формулу для ємності плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}. \quad (3.10)$$

За допомогою конденсатора можна визначити дослідним шляхом діелектричну проникність  $\varepsilon$  речовини, яку вміщено між його пластинами. Для

цього досить виміряти ємність  $C$  конденсатора з досліджуваним діелектриком між обкладинками і потім ємність  $C_0$  під час відсутності діелектрика (тобто між обкладинками конденсатора знаходиться повітря). Очевидно, що для досліджуваного діелектрика:  $\varepsilon = \frac{C}{C_0}$ .

У зарядженому конденсаторі накопичується електрична енергія. Вона вимірюється роботою, яка виконується при його зарядці. Уявімо собі, що зарядка відбувається шляхом послідовного переносу малих порцій заряду з однієї обкладинки на іншу (рис.3.6). Якщо  $q$  і  $U$  — миттєві значення заряду і різниці потенціалів, то при переносі чергової порції заряду  $dq$  відбувається робота:

$$dA = U dq = \frac{q}{C} dq.$$

Повна робота, витрачена на зарядку, дорівнює енергії конденсатора  $W_{ел.}$ .

$$W_{ел.} = A = \int_0^q \frac{q}{C} dq = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}.$$

Виразимо енергію плоского конденсатора через напруженість  $E$  електричного поля між обкладинками. Підставимо у формулу  $W_{ел.} = \frac{CU^2}{2}$  вираз для  $C$  і  $U = \Delta\varphi$  з рівнянь (3.10) і (3.8) і одержимо:

$$W_{ел.} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V. \quad (3.11)$$

Тут  $V$  — об'єм конденсатора. Величина  $w_{ел.} = \frac{W_{ел.}}{V}$  називається об'ємною густиною енергії електричного поля. З рівності (3.11) випливає, що  $w_{ел.} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$ .

Можна показати, що ця формула справедлива також для неоднорідних і нестационарних полів.

Електричне поле є матеріальним носієм енергії. В рамках електростатики це не можна перевірити, оскільки поле нерозривно зв'язане з нерухомими зарядами і переносу енергії немає. Але електричне поле може існувати й у відриві від зарядів, будучи зв'язане зі змінним магнітним полем. Сукупність цих полів у вигляді електромагнітних хвиль поширюється в просторі і переносить енергію (передача світлових, теле-, радіосигналів).

## 4. ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ

### 4.1. ЕЛЕКТРИЧНИЙ СТРУМ. НОСІЇ ЗАРЯДУ

*Електричним струмом* називається впорядкований рух електричних зарядів. Якщо в речовині містяться *вільні носії заряду* — електрони, іони, здатні переміщуватися на значні відстані, то при накладенні електричного поля вони надобувають впорядкований рух, що накладається на їх тепловий хаотичний рух. В результаті цього вільні носії заряду виконують дрейфовий рух у визначеному напрямку. Говорячи про електричний струм як про впорядкований рух вільних носіїв заряду, ми відволікаємося від хаотичного руху, тому що він не дає внеску в утворення електричного струму.

Основною характеристикою струму є *сила струму* яка чисельно дорівнює заряду, що протікає через поперечний переріз провідника в одиницю часу. Якщо сила струму  $I$  постійна, то

$$I = \frac{q}{t},$$

а в загальному випадку

$$I = \frac{dq}{dt}. \quad (4.1)$$

Одиниця сили струму – Ампер ( $A$ ), основна одиниця в системі СІ. Струм, що не змінюється з часом за величиною і напрямком, називається *постійним*.

В утворенні струму можуть брати участь як позитивні, так і негативні носії; електричне поле переміщує їх у протилежних напрямках. Напрямок струму прийнято визначати за напрямком руху позитивних носіїв. Якщо в електричному полі одночасно рухаються позитивні (по полю) і негативні (проти поля) носії, то повний струм визначається як сума струмів, утворених носіями кожного знаку.

*Густиною струму*  $\vec{j}$  називається векторна величина, модуль якої дорівнює відношенню сили струму  $I$ , що протікає крізь площадку  $S_{\perp}$ , перпендикулярну напрямку руху носіїв, до площі цієї площадки:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}.$$

Одиниця густини струму –  $1 A/m^2$ . Густина струму – векторна величина; вона має напрямок середньої швидкості  $\vec{v}_{+}$  упорядкованого руху позитивних носіїв:

$$\vec{j} = q_0 n \vec{v}_+,$$

де  $n$  – концентрація носіїв і  $q_0$  – заряд носіїв. Якщо  $q_0 < 0$ , то вектори  $\vec{j}$  і  $\vec{v}$  мають протилежні напрямки.

Середовище чинить руху зарядів значений опір. Тому в однорідній речовині при постійній напруженості поля заряди рухаються з постійною середньою швидкістю  $\vec{v}_+$ , пропорційною напруженості поля:

$$\vec{v}_+ = u \vec{E},$$

де  $u$  — *рухливість носіїв*, що дорівнює швидкості упорядкованого руху під дією поля з напруженістю  $E = 1\text{В/м}$ . Рухливість носіїв залежить від їх природи, а також густини і стану речовини. Найбільшу рухливістю мають вільні електрони.

У металах носіями зарядів є вільні електрони (електрони провідності). Іони металу, що утворюють кристалічні ґратки, у переносі заряду участі не приймають. Тому струм у металах не супроводжується переносом речовини і хімічними змінами. Метали мають гарну провідність за рахунок великої концентрації носіїв ( $n = 10^{28} - 10^{23} \text{ м}^{-3}$ ) і значної їх рухливості.

Відповідно до класичних уявлень електрони провідності в металах утворюють так званий електронний газ, подібний до ідеального газу. Взаємодія електронів один з одним і з іонами кристалічних ґраток не враховується. Вважається, що кінетична енергія вільних електронів, пропорційна абсолютній температурі, може приймати будь-які значення. Заснована на цих уявленнях класична теорія провідності металів допомогла зрозуміти і пояснити ряд фізичних явищ. Однак деякі експериментальні факти (надпровідність металів, значення їхньої теплоємності та ін.) не одержали свого пояснення за допомогою класичної електронної теорії і стали поштовхом до створення нової квантової теорії металів.

Електричний струм у розчинах і розплавах електролітів обумовлений упорядкованим рухом іонів обох знаків під дією електричного поля. В цьому випадку проходження електричного струму зв'язане з переносом речовини і супроводжується хімічними явищами (виділення речовин на електродах – електроліз). Рідини, що не мають у своєму складі іонів, не проводять струму. Річкова і морська вода є гарним провідником, тому що містить розчинені речовини (в основному, солі), які дисоціюють на іони. (Але слід зазначити, що дисцильована вода є діелектриком з діелектричною проникністю  $\epsilon = 81$ ).

Гази в природних умовах є поганими провідниками струму, тому що концентрація носіїв заряду – електронів і іонів – в них дуже мала. При іонізації газів їх провідність різко зростає. Провідність високо-іонізованого газу порівняна з провідністю металів.

У діелектриках вільних носіїв дуже мало, через що ці речовини при звичайних умовах погано проводять електричний струм. Накладення електричного поля в основному призводить до невеликих зсувів зарядів всередині діелектрика і його поляризації.

При проходженні струму крізь речовину електрична енергія може перетворюватися у внутрішню, хімічну і т. ін. Однак найбільш загальним проявом електричного струму в будь-яких умовах є виникнення магнітного поля в навколишньому просторі.

#### 4.2. ЗАКОН ОМА. ОПІР ПРОВІДНИКІВ

Найбільш прості закони, що зв'язують величини, які характеризують електричний струм, для металів. Для них добре виконується пропорційність між силою струму і різницею потенціалів (напругою)  $\Delta\phi = U$  на кінцях провідника:

$$I = \frac{U}{R}. \quad (4.2)$$

Це закон Ома для однорідної ділянки кола. Тут  $R$  – опір провідника. Одиниця опору –  $1 \text{ Ом} = 1 \text{ В}/1 \text{ А}$ . Величина  $1/R$ , зворотна опору, називається *провідністю провідника*.

Графік залежності сили струму  $I$  від напруги  $U$  називається *вольт-амперною характеристикою* провідника. Для металу при постійній температурі вона лінійна (рис.4.1, а). Для газів вольт-амперна характеристика може мати складну форму (рис.4.1, б); закон Ома виконується в цьому випадку лише при малій силі струму (ділянка  $OA$ ).

Вольт-амперні характеристики напівпровідників і рідин у широкому діапазоні напруг також нелінійні. Це означає, що їх провідність не залишається постійною.

Кількість тепла, яке виділяється провідником при проходженні по ньому електричного струму, дорівнює роботі струму і визначається законом Джоуля - Ленца:

$$dQ = I^2 R dt.$$

Опір однорідного провідника довжиною  $l$  і площею поперечного перерізу  $S$  виражається формулою:

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

де  $\rho$  – *питомий опір* речовини (одиниця цієї величини –  $1 \text{ Ом} \cdot \text{м}$ ). Величина, зворотна питомому опору,

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

називається *питомою електричною провідністю* провідника.

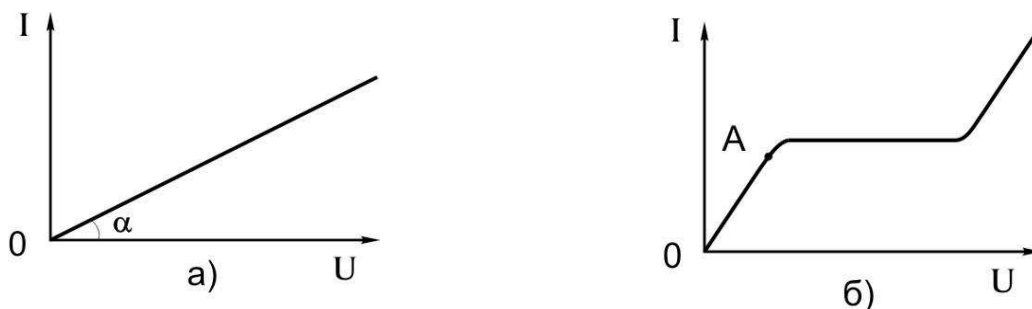


Рис. 4.1

Знайдемо зв'язок між векторами густини струму  $\vec{j}$  і напруженості поля  $\vec{E}$  в деякій точці провідника. Поблизу цієї точки уявно виділимо малий циліндр, орієнтований уздовж ліній напруженості (рис.4.2).

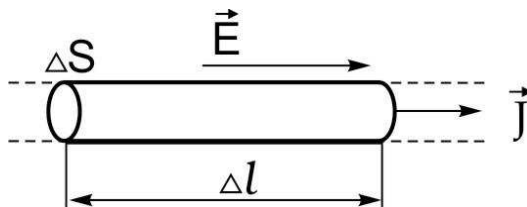


Рис. 4.2

Напруга на довжині  $\Delta l$  циліндра дорівнює  $E \Delta l$ , сила струму через його перетин  $\Delta S$  дорівнює  $j \Delta S$ , а опір циліндра –  $\rho \frac{\Delta l}{\Delta S}$ . Підставивши ці значення у формулу (4.2), одержуємо (після скорочень):

$$j = \frac{1}{\rho} E.$$

Тому що напрямки вектора  $\vec{j}$  і  $\vec{E}$  збігаються, то можна записати:

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \gamma \vec{E}.$$



Ця формула виражає закон Ома в диференціальній формі: густина струму пропорційна напруженості електричного поля і має однаковий з нею напрямок. У такій формі закон Ома виражає зв'язок між величинами, що відносяться до даної точки (локально), і тому застосується для неоднорідних провідників.

Величини  $\rho$  і  $R$  залежать від температури провідника. Для металів і сплавів ця залежність виражається наближеними формулами:  $\rho \approx \rho_0(1 + \alpha t)$ ,  $R \approx R_0(1 + \alpha t)$ , де  $\rho_0$  і  $R_0$  -значення  $\rho$  і  $R$  при  $t = 0^\circ \text{C}$ ,  $\alpha$  – температурний коефіцієнт опору, що характеризує відносну зміну  $\rho$  чи  $R$  при зміні температури на  $1 \text{ K}$ . Величину  $\alpha$  можна вважати постійною тільки у визначеному інтервалі температур.

В деяких металах опір при низьких температурах (до  $10 \text{ K}$ ) різко падає до нуля (надпровідний стан). У замкненому колі з надпровідників струм, один раз викликаний, може існувати дуже довго, тому що не супроводжується виділенням тепла. Густина струму в надпровідниках може досягати  $10^7 \text{ A/m}^2$ . Явище надпровідності можна пояснити тільки на основі квантової теорії. За допомогою надпровідникових соленоїдів можна створювати магнітні поля величезної напруженості. В даний час явище надпровідності уже використовується на практиці.

#### 4.3. ЕЛЕКТРОРУШІЙНА СИЛА (Е.Р.С.) ДЖЕРЕЛА СТРУМУ. ЗАКОН ОМА ДЛЯ НЕОДНОРІДНОЇ ДІЛЯНКИ КОЛА

Нехай у замкненому колі тече постійний струм. Якщо до полюсів джерела струму підключено однорідний металевий провідник (рис.4.3,а), то всередині цього провідника (зовнішня ділянка кола) існує електричне поле, під дією якого переміщуються заряди. Для існування цього поля на полюсах джерела повинна бути різниця потенціалів  $\phi_1 - \phi_2$ . Ця різниця потенціалів визначає наявність електричного поля і всередині джерела. Якщо в зовнішньому колі заряди переміщуються під дією електричного поля, то всередині джерела заряди повинні переміщуватися проти сил поля. Це можливо при наявності

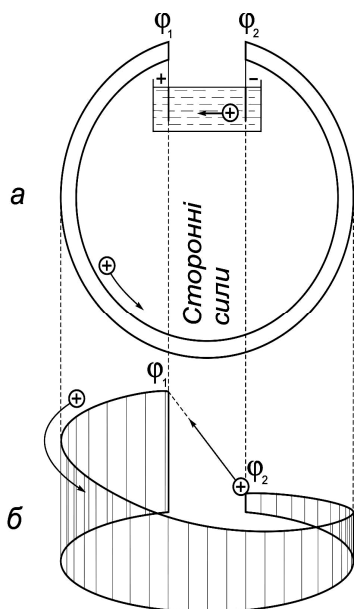


Рис.4.3

всередині джерела сил неелектричного походження – сторонніх сил. На рис.4.3,б умовно представлений розподіл потенціалу уздовж замкненого кола (по вертикалі відкладені значення потенціалу  $\varphi$ ). Сторонніми можуть бути сили будь-якої природи, крім кулонівських (у гальванічних елементах, наприклад, це хімічні сили).

Фізична величина, яка дорівнює роботі сторонніх сил при переміщенні одиничного заряду на даній ділянці кола, називається *електрорушійною силою* (е.р.с.), що діє на цій ділянці (позначається буквою  $\varepsilon$ ):

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{стор.}}}{q}.$$

Е.р.с. — найважливіша енергетична характеристика джерела, що вимірюється, як і потенціал, у вольтах (В).

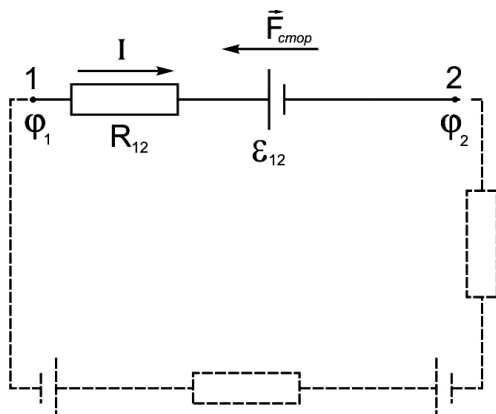


Рис. 4.4

Ділянка кола називається *неоднорідною*, якщо на ній, крім кулонівських, діють сторонні сили. Такою є ділянка 1—2 на рисунку 4.4.

Опір цієї ділянки  $R_{12}$ , а е.р.с. —  $\varepsilon_{12}$ . Між точками 1 і 2 підтримується різниця потенціалів  $\varphi_1 - \varphi_2$ .

Розглянута ділянка є складовою частиною кола, в якому можуть бути й інші джерела, тому напрямок струму на цій ділянці може бути будь-яким. Нехай струм тече від точки 1

до точки 2. За час  $dt$  протікає заряд  $dq = Idt$ . Робота кулонівських і сторонніх сил, що переносять цей заряд

$$dA_{\text{кул.}} + dA_{\text{стор.}} = (\varphi_1 - \varphi_2)dq + \varepsilon_{12}dq$$

дорівнює кількості тепла, що виділяється на ділянці

$$dQ = I^2 R_{12} dt = IR_{12} dq.$$

Дорівнюючи праві частини цих двох рівностей, одержимо:

$$IR_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}, \quad (4.3)$$

$$\text{чи } I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}}{R_{12}} \quad (4.4)$$

Формула (4.4) дає вираз закону Ома для неоднорідної ділянки кола.

Добуток  $IR_{12} = U_{12}$  у рівності (4.3) називається *напругою* на ділянці кола.

Знаки напруги  $U_{12}$ , різниці потенціалів  $\varphi_1 - \varphi_2$  і е.р.с.  $\mathcal{E}_{12}$  можуть бути як позитивними, так і негативними, і визначаються щодо обраного напрямку обходу ділянки кола. Нехай, наприклад, обраний напрямок обходу ділянки кола буде від точки 1 до точки 2. Якщо струм тече за напрямком обходу, то  $I > 0$ . Е.р.с. позитивна ( $\mathcal{E}_{12} > 0$ ), якщо напрямок обходу збігається з напрямком сторонніх сил. У випадку, який показано на рисунку 4.4,  $I > 0$ ,  $\mathcal{E} < 0$ . Для неоднорідної ділянки кола характерно, що напруга  $IR$  за модулем не дорівнює різниці потенціалів  $\Delta\varphi$ . Прикладом неоднорідної ділянки є судина з підкисленою водою у відомому досліді по розкладанню води струмом. Струм крізь електроліт проходить при виконанні умови

$$\varphi_1 - \varphi_2 > U_p ,$$

де  $U_p$  – так називана *напруга розкладання електроліту*, існування якої зв'язане з дією сторонніх сил, що перешкоджають протіканню струму і обумовлених хімічними явищами на електродах (при виділенні на них речовин, відмінних від матеріалу електродів).

Помітимо, що вольтметр показує різницю потенціалів між точками, до яких він під'єднаний. У випадку однорідної ділянки, що не містить сторонніх сил, ця різниця потенціалів збігається з напругою.

Якщо ділянка не містить сторонніх сил ( $\mathcal{E}_{12} = 0$ ), то формула (4.4) переходить у закон Ома для однорідної ділянки кола (4.2). При розімкненому колі ( $I = 0$ ) е.р.с. джерела чисельно дорівнює різниці потенціалів на полюсах:  $\mathcal{E} = \Delta\varphi$ . Нарешті, якщо  $\varphi_1 = \varphi_2$  (кінці ділянки з'єднані між собою), то формула (4.4) виражає закон Ома для замкненого кола:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} ,$$

де  $r$  – внутрішній опір джерела струму,  $R$  – опір інших елементів кола (зовнішній опір). Важливим у практичному відношенні є напруга  $IR$ , що у випадку однорідності зовнішньої ділянки кола вимірюється вольтметром, підключеним до затисків джерела (рис.4.4). Ця напруга залежить від сили струму  $I$  у колі. Дійсно, з рівності (4.4) випливає, що

$$IR = \mathcal{E} - Ir .$$

Звідси видно, що з ростом сили струму  $I$  напруга  $IR$  зменшується за лінійним законом. Напруга на зовнішній ділянці кола може бути значно менше за е.р.с. При  $R=0$  сила струму в колі ставатиме максимальною (струм короткого замикання  $I_{к.з.} = \frac{\mathcal{E}}{r}$ ), а напруга  $IR$  падає до нуля.

#### 4.4. ПРАВИЛА КІРХГОФА

Розрахунок електричного кола складається з визначення струмів, що протікають крізь усі його елементи (знаючи струми і опори елементів, можна визначити інші електричні характеристики: падіння напруги на елементах, потужності, що виділяються в елементах тощо).

Повне дослідження процесів у складних електричних колах проводиться з використанням двох правил Кірхгофа, що базуються на законі Ома і законі збереження заряду. В даній роботі будуть розглянуті лінійні електричні кола постійного струму.

Перша система рівнянь Кірхгофа зв'язує між собою струми, що сходяться в якійсь вузловій точці кола:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0.$$

У цій системі струмам, що приходять до вузлової точки, надається позитивний знак, а тим, що виходять, - негативний (таке правило знаків не є обов'язковим, потрібно тільки дотримувати угоду про те, щоб усі струми, що входять у вузол, мали один знак, а струми, що виходять із вузла, - протилежний знак).

Вузлом схеми називають її довільну точку, в якій сходяться більше двох гілок.

Під гілкою розуміють довільну нерозгалужену ділянку кола, що з'єднує два яких-небудь вузли схеми.

Друга система рівнянь Кірхгофа складена для будь-яких замкнених контурів кола на базі рівності суми падінь потенціалу на відповідних ділянках кола сумі електрорушійних сил, що зустрічаються в цьому контурі:

$$\sum_{k=1}^n I_k R_k = \sum_{k=1}^m \mathcal{E}_k.$$

У цій системі рівнянь струми з довільно заданими напрямками входять у суму зі знаком плюс, якщо ці напрямки збігаються з довільно обраним напрямком обходу контуру, якщо не збігаються – зі знаком мінус. Електрорушійні сили мають позитивний знак, якщо вони підвищують потенціал у напрямку обходу контура.

Ця система рівнянь має складатися з лінійно незалежних рівнянь, тому кількість рівнянь, зіставлених з використанням першого правила Кірхгофа, повинна бути на одиницю меншою за кількість вузлів системи.

Рівняння на основі другого правила Кірхгофа треба скласти тільки для незалежних контурів (два або декілька контурів називають незалежними, якщо кожний з них містить хоча б один елемент, що не входить в інші контури; або інакше: якщо вони відрізняються хоча б одним елементом).

Розрахунок електричних кіл рекомендується проводити за таким алгоритмом:

- 1) на схемі довільно вказати стрілками напрямки струмів у відповідних резисторах і пронумерувати їх;
- 2) обрати напрямки обходу контурів;
- 3) скласти рівняння на основі першого правила Кірхгофа (алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі, дорівнює нулю);
- 4) недостатні для повноти системи рівняння скласти на основі другого правила Кірхгофа (у будь-якому замкненому контурі алгебраїчна сума падінь потенціалів на окремих ділянках кола дорівнює алгебраїчній сумі е.р.с., що зустрічаються в цьому контурі). При цьому, обходячи контур у довільному напрямку, вважати позитивними ті струми, напрямки яких збігається з напрямком обходу, і негативними ті, напрямки яких протилежний напрямку обходу. Позитивними вважати ті е.р.с., що підвищують потенціал у напрямку обходу, тобто е.р.с. буде позитивною, якщо при обході треба йти від негативного до позитивного полюса всередині джерела струму;
- 5) розв'язати отриману систему рівнянь і проаналізувати одержаний результат.

## 5. МАГНЕТИЗМ

### 5.1. МАГНІТНЕ ПОЛЕ У ВАКУУМІ

#### 5.1.1. Природа магнетизму. Магнітна індукція. Магнітна взаємодія струмів

Магнітні явища були відомі ще в стародавньому світі. Компас був винайдений більше 4500 років тому. У Європі він з'явився приблизно в XII столітті нової ери. Проте тільки в XIX столітті був виявлений зв'язок між електрикою і магнетизмом і виникло уявлення про *магнітне поле*.

Першими експериментами (проведені в 1820 р.), які показали, що між електричними і магнітними явищами є глибокий зв'язок, були досліди данського фізика Х. Ерстеда. Ці досліди показали, що на магнітну стрілку, розташовану поблизу провідника зі струмом, діють сили, які намагаються її повернути. У тому ж році французький фізик Л. Ампер спостерігав силову взаємодію двох провідників із струмами і встановив закон взаємодії струмів.

За сучасними уявленнями, провідники зі струмом взаємодіють не безпосередньо, а через магнітні поля, що їх оточують.

Джерелами магнітного поля є **рухомі** електричні заряди (струми). Магнітне поле виникає в просторі, що оточує провідники із струмом, подібно до того, як в просторі, що оточує нерухомі електричні заряди, виникає електричне поле. Магнітне поле постійних магнітів також створюється електричними мікрострумами, циркулюючими всередині молекул речовини (гіпотеза Ампера).

Вчені XIX століття намагалися створити теорію магнітного поля по аналогії з електростатикою, для цього вони ввели таке поняття як **магнітні заряди** двох знаків (наприклад, північний  $N$  і південний  $S$  полюси магнітної стрілки). Проте сучасні дослідження показують, що ізольованих магнітних зарядів не існує.

Магнітне поле струмів принципово відрізняється від електричного поля. Магнітне поле, на відміну від електричного, діє **тільки** на рухомі заряди (струми).

Для опису магнітного поля необхідно ввести силову характеристику поля, аналогічну вектору напруженості  $\vec{E}$  електричного поля. Такою характеристикою є ***вектор магнітної індукції***  $\vec{B}$ , який визначає сили, що діють на струми або рухомі заряди в магнітному полі.

За позитивний **напрямок вектора  $\vec{B}$**  приймається напрямок від південного полюса  $S$  до північного полюса  $N$  магнітної стрілки, що вільно орієнтується в магнітному полі. Таким чином, досліджуючи магнітне поле, що створюється струмом або постійним магнітом, за допомогою маленької магнітної стрілки, можна в кожній точці простору визначити напрямок вектора  $\vec{B}$ . Таке дослідження дозволяє наочно уявити просторову структуру магнітного поля. Аналогічно силовим лініям в електростатиці можна побудувати **лінії магнітної індукції**, в кожній точці яких вектор  $\vec{B}$  є спрямованим по дотичній. Приклад ліній магнітної індукції полів постійного магніту і котушки із струмом приведений на рис. 5.1.

Звернемо увагу на аналогію магнітних полів постійного магніта і котушки зі струмом. Лінії магнітної індукції завжди замкнені, вони ніде не обриваються. Це означає, що магнітне поле не має джерел – магнітних зарядів. Фізичні поля, що мають таку властивість, називаються **вихровими**. Картину магнітної індукції можна спостерігати за допомогою дрібної залізної тирси, яка в магнітному полі намагнічується і, подібно до маленьких магнітних стрілок, орієнтуються вздовж ліній індукції.

На рис. 5.1 зображені лінії магнітної індукції полів постійного магніта і котушки зі струмом. Індикаторні магнітні стрілки орієнтуються за напрямом дотичних до ліній індукції.

Для того, щоб кількісно описати магнітне поле, потрібно вказати спосіб визначення не тільки напрямку вектора  $\vec{B}$ , але і його модуля. Найпростіше це зробити, вносячи до досліджуваного магнітного поля провідник із струмом і вимірюючи силу, що діє на окрему прямолінійну ділянку цього провідника. Ця ділянка провідника повинна мати довжину  $\Delta l$ , достатньо малу в порівнянні з розмірами областей неоднорідності магнітного поля. Як показали досліди Ампера, сила, що діє на ділянку провідника, пропорційна силі струму  $I$ , довжині  $\Delta l$  цієї ділянки і синусу кута  $\alpha$  між напрямками струму і вектора магнітної індукції:

$$F \sim I \Delta l \sin \alpha$$

Ця сила називається **силою Ампера**. Вона досягає максимального за модулем значення  $F_{\max}$ , коли провідник із струмом орієнтований перпендикулярно до ліній магнітної індукції. Для модуля вектора  $\vec{B}$  можна дати таке визначення:

Модуль вектора магнітної індукції дорівнює відношенню максимального значення сили Ампера, що діє на прямий провідник із струмом, до сили струму  $I$  в провіднику і його довжині  $\Delta l$ :

$$B = \frac{F_{\max}}{I\Delta l}$$

У загальному випадку сила Ампера визначається співвідношенням:

$$F = IB\Delta l \sin \alpha$$

Це співвідношення прийнято називати **законом Ампера**.

У системі одиниць СІ за одиницю магнітної індукції прийнята індукція такого магнітного поля, в якому на кожен метр довжини провідника при силі струму  $1\text{ А}$  діє максимальна сила Ампера  $1\text{ Н}$ . Ця одиниця називається **тесла** ( $\text{Тл}$ ).

Тесла – дуже велика одиниця. Індукція магнітного поля Землі приблизно дорівнює  $0,5 \cdot 10^{-4}\text{ Тл}$ . Великий лабораторний електромагніт може створити поле не більше  $5\text{ Тл}$ .

$$1\text{ Тл} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{А} \cdot \text{м}}$$

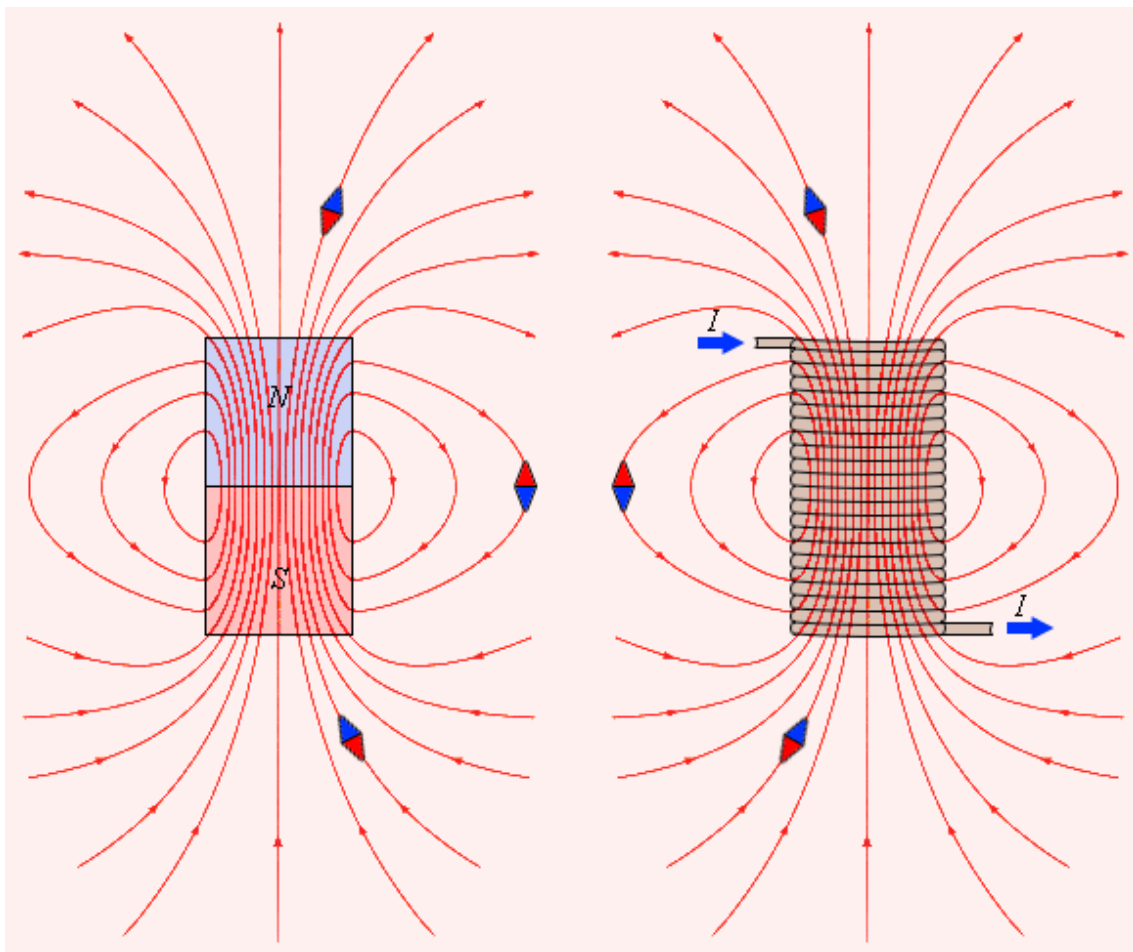


Рис.5.1



Сила Ампера спрямована перпендикулярно до вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  і напрямку струму, що тече по провідникові. Для визначення напрямку сили Ампера зазвичай використовують **правило лівої руки**: якщо розташувати ліву руку так, щоб лінії індукції  $\vec{B}$  входили в долоню, а витягнуті пальці були спрямовані вздовж струму, то відведений великий палець вкаже напрямок сили, що діє на провідник (рис. 5.2).

Якщо кут  $\alpha$  між напрямками вектора  $\vec{B}$  і струму в провіднику відмінний від  $90^\circ$ , то для визначення напрямку сили Ампера  $\vec{F}$  зручніше користуватися **правилом свердлика**: уявний свердлик розташовується перпендикулярно площині, в якій лежить вектор  $\vec{B}$  і провідник із струмом, потім його рукоятка повертається від напрямку струму до напрямку вектора  $\vec{B}$ . Поступальне переміщення свердлика показуватиме напрям сили Ампера  $\vec{F}$  (рис. 5.2).

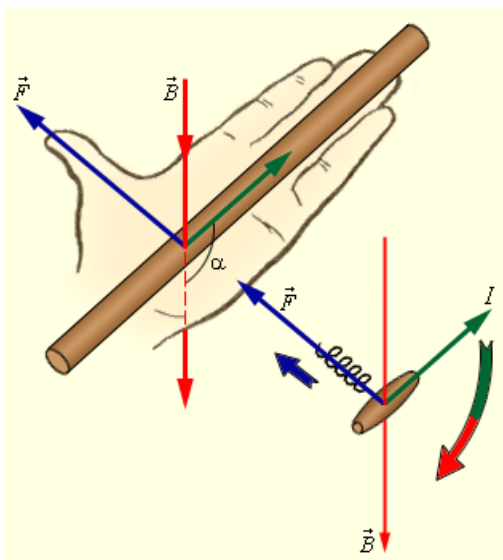


Рис. 5.2

Правило свердлика часто називають **правилом правого гвинта**.

Одним з важливих прикладів магнітної взаємодії є взаємодія паралельних струмів. Закономірності цього явища були експериментально встановлені **Ампером**. Якщо по двох паралельних провідниках електричні струми течуть в один і той же бік, то спостерігається взаємне тяжіння провідників. У разі, коли струми течуть в протилежних напрямках, провідники відштовхуються.

**Взаємодія струмів викликається їх магнітними полями: магнітне поле одного струму діє силою Ампера на інший струм і навпаки.**

Досліди показали, що модуль сили, що діє на відрізок довжиною  $\Delta l$  кожного з провідників, прямо пропорційний силам струму  $I_1$  і  $I_2$  в провідниках, довжині відрізка  $\Delta l$  і обернено пропорційний відстані  $R$  між ними:

У Міжнародній системі одиниць СІ коефіцієнт пропорційності  $k$  має вигляд:

$$k = \frac{\mu_0}{2\pi}$$

$\mu_0$  — постійна величина, яку називають **магнітною сталою (постійною)**. Введення магнітної **сталю** в СІ спрощує запис ряду формул. Її чисельне значення дорівнює

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2 = 1.26 \cdot 10^{-6} \text{ Н/А}^2$$

Формула, що визначає закон магнітної взаємодії паралельних струмів, приймає вигляд:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 I_2 \Delta l}{R}$$

Звідси неважко отримати вираз для індукції магнітного поля кожного з прямолінійних провідників. Магнітне поле прямолінійного провідника із струмом повинне мати осьову симетрію і, отже, замкнені лінії магнітної індукції можуть бути тільки концентричними колами, розташованими в площинах, перпендикулярних провідникові. Це означає, що вектори  $\vec{B}_1$  і  $\vec{B}_2$  магнітної індукції паралельних струмів  $I_1$  і  $I_2$  лежать в площині, перпендикулярній обом струмам. Тому при обчисленні сил Ампера, що діють на провідники зі струмом, в законі Ампера потрібно покласти  $\sin \alpha = 1$ . З формули для сили магнітної взаємодії паралельних струмів виходить, що модуль індукції  $B$  магнітного поля прямолінійного провідника з струмом  $I$  на відстані  $R$  від нього визначається співвідношенням:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{R}$$

Для того, щоб при магнітній взаємодії паралельні струми притягувалися, а антипаралельні відштовхувалися, лінії магнітної індукції поля прямолінійного провідника повинні бути направлені за годинниковою стрілкою, якщо дивитися вздовж провідника за напрямом струму. Для визначення напрямку вектора  $\vec{B}$  магнітного поля прямолінійного провідника також можна користуватися правилом свердлика: напрям обертання рукоятки свердлика співпадає з напрямом вектора  $\vec{B}$ , якщо при обертанні свердлик переміщується у напрямі струму (рис. 1.3).

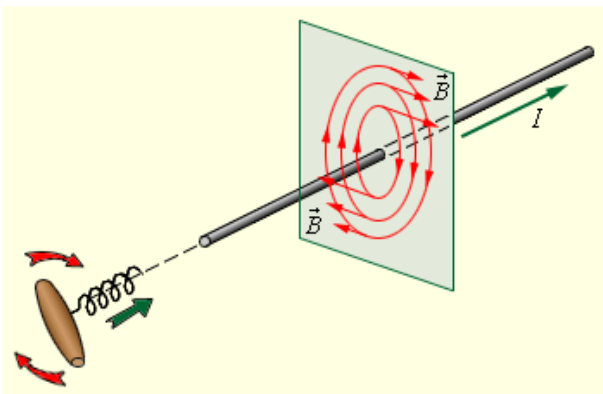


Рис. 5.3

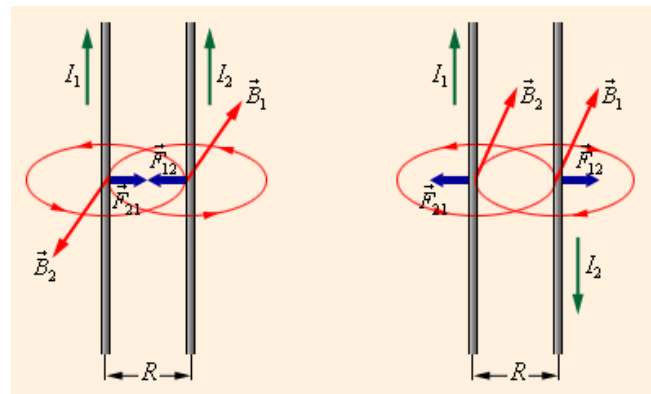


Рис. 5.4

Рис. 5.4 пояснює закон взаємодії паралельних струмів.

Магнітна взаємодія паралельних провідників із струмом використовується в Міжнародній системі одиниць (СІ) для визначення одиниці сили струму – ампера:

**Ампер** – сила постійного струму, який при проходженні по двох паралельних провідниках нескінченної довжини і нескінченно малого колового перетину, які розташовані на відстані 1 м один від одного у вакуумі, викликав би між цими провідниками силу магнітної взаємодії, що дорівнює  $2 \cdot 10^{-7}$  Н на кожен метр довжини.

### 5.1.2. Закон Біо - Савара - Лапласа. Теорема про циркуляцію

Магнітне поле постійних струмів різної конфігурації вивчалось експериментально французькими ученими **Ж. Біо** і **Ф. Саваром** (1820 р.). Вони прийшли до висновку, що індукція магнітного поля струмів, що течуть по провідникові, визначається сумісною дією всіх окремих ділянок провідника. Для магнітного поля є справедливим **принцип суперпозиції**:

**Якщо магнітне поле створюється декількома провідниками зі струмом, то індукція результуючого поля є векторна сума індукцій полів, що створюються кожним провідником окремо.**

**Індукцію**  $\vec{B}$  провідника з струмом можна розглядати як векторну суму елементарних індукцій  $\Delta \vec{B}$ , що створюються окремими ділянками провідника. Практично неможливо виділити окрему ділянку провідника з струмом, оскільки постійні струми завжди замкнені. Можна виміряти тільки сумарну індукцію магнітного поля, що створюється всіма елементами струму. **Закон Біо - Савара - Лапласа** визначає внесок  $\Delta \vec{B}$ , створюваний малою ділянкою  $\Delta l$ , у магнітну індукцію  $\vec{B}$  результуючого магнітного поля провідника з струмом  $I$ .

$$\Delta B = \frac{\mu_0 I \Delta l \sin \alpha}{4\pi R^2}$$

Тут  $r$  – відстань від даної ділянки  $\Delta l$  до точки спостереження,  $\alpha$  – кут між напрямком на точку спостереження і напрямом струму на даній ділянці,  $\mu_0$  – магнітна стала. Напрямок вектора  $\Delta \vec{B}$  визначається правилом свердлика: він співпадає з напрямом обертання рукоятки свердлика при його поступальному переміщенні вздовж струму. Рис. 5.5 ілюструє закон Біо - Савара - Лапласа на прикладі магнітного поля прямолінійного провідника з струмом. Якщо підсумувати (проінтегрувати) внески в магнітне поле всіх окремих ділянок

прямолінійного провідника зі струмом, то вийде формула для магнітної індукції поля прямого струму:  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ .

Закон Біо - Савара - Лапласа дозволяє розраховувати магнітні поля струмів різних конфігурацій. Легко, наприклад, виконати розрахунок магнітного поля в центрі колового витка з струмом. Цей розрахунок призводить до формули:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R},$$

де  $R$  – радіус колового провідника.

Для визначення напрямку вектора  $\vec{B}$  також можна використовувати правило свердлика, тільки тепер його рукоятку потрібно обертати у напрямі колового струму, а поступальне переміщення свердлика вкаже напрямок вектора магнітної індукції.

Розрахунки магнітного поля часто спрощуються при урахуванні симетрії в конфігурації струмів, що створюють поле. В цьому випадку можна користуватися **теоремою про циркуляцію вектора магнітної індукції**, яка в теорії магнітного поля струмів грає ту ж роль, що і теорема Гаусса в електростатиці.

Пояснимо поняття циркуляції вектора  $\vec{B}$ . Нехай в просторі, де створено магнітне поле, вибрано деякий умовний замкнений контур (не обов'язково плоский) і вказаний позитивний напрям його обходу. На кожній окремій малій ділянці  $\Delta l$  цього контура можна визначити дотичну складову  $B_l$  вектора  $\vec{B}$  у даному місці, тобто визначити проекцію вектора  $\vec{B}$  на напрямок дотичної до даної ділянки контура (рис. 5.6).

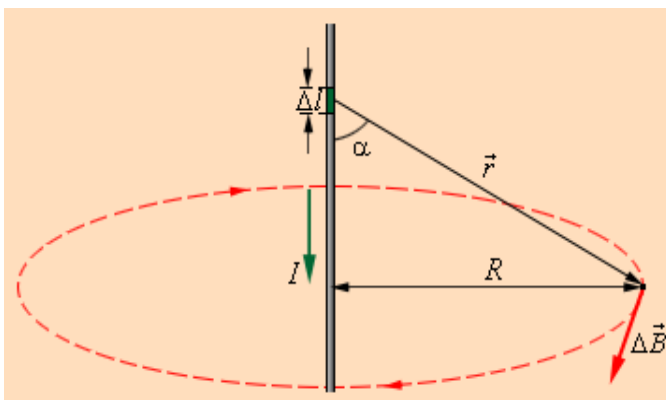


Рис. 5.5

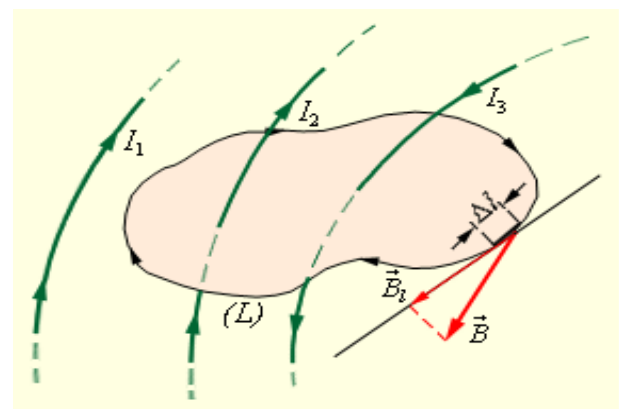


Рис. 5.6

Циркуляцією вектора  $\vec{B}$  називають наступний інтеграл, що береться по всьому контуру  $L$ :  $\oint B_l dl$

Деякі струми, що створюють магнітне поле, можуть пронизувати вибраний контур  $L$  в той час, як інші струми можуть знаходитися в стороні від контура.

Теорема про циркуляцію стверджує, що циркуляція вектора  $\vec{B}$  магнітного поля постійних струмів по будь-якому контуру  $L$  завжди дорівнює добутку магнітної сталої  $\mu_0$  на суму всіх струмів, що пронизують контур:

$$\oint B_l dl = \mu_0 \sum_i I_i$$

Як приклад на рис. 1.6 зображено декілька провідників з струмами, що створюють магнітне поле. Струми  $I_2$  і  $I_3$  пронизують контур  $L$  в протилежних напрямках, їм повинні бути приписані різні знаки – позитивними вважаються струми, які пов'язані з вибраним напрямом обходу контура правилом правого гвинта (свердлика). Отже,  $I_3 > 0$ , а  $I_2 < 0$ . Струм  $I_1$  не пронизує контур  $L$ .

Теорема про циркуляцію в даному прикладі визначається співвідношенням:

$$\oint B_l dl = \mu_0 (I_3 - I_2)$$

Теорема про циркуляцію в загальному вигляді є слідством закону Біо – Савара - Лапласа і принципу суперпозиції.

Простим прикладом застосування теореми про циркуляцію є одержання формули для магнітної індукції поля прямолінійного провідника зі струмом. Враховуючи симетрію в даному випадку, контур  $L$  доцільно вибрати у вигляді кола деякого радіусу  $R$ , що знаходиться в перпендикулярній до провідника площині. Центр кола знаходиться в деякій точці провідника. Через симетрію вектор  $\vec{B}$  спрямований по дотичній ( $B_l = B$ ), а його модуль однаковий в усіх точках кола. Застосування теореми про циркуляцію приводить до співвідношення:

$$\oint B_l dl = 2\pi R B = \mu_0 I,$$

а магнітна індукція прямолінійного провідника з струмом дорівнює:  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

Цей приклад показує, що теорема про циркуляцію вектора магнітної індукції  $\vec{B}$  може бути використана для розрахунку магнітних полів, що створюються струмами, розташування яких в просторі є симетричним. Є достатньо практично важливих прикладів розрахунку магнітних полів за допомогою теореми про циркуляцію. Одним з таких прикладів є обчислення поля тороїдальної котушки (рис. 5.7).

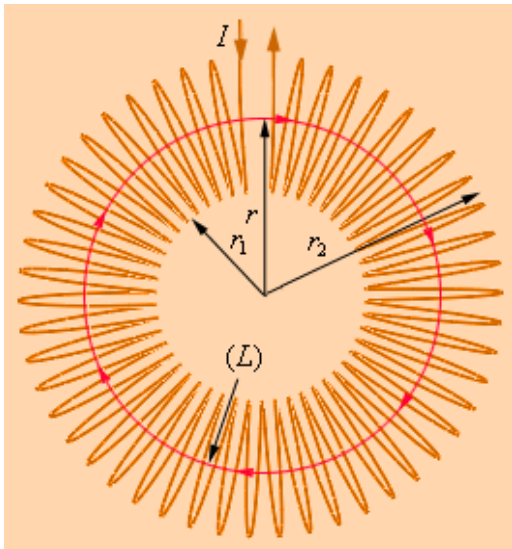


Рис. 5.7

Передбачається, що котушка щільно, тобто виток до витка, намотана на немагнітне тороїдальне осердя. У такій котушці лінії магнітної індукції замикаються всередині котушки і мають вигляд концентричних кіл. Вони спрямовані так, що дивлячись вздовж них, ми побачили б струм у витках, циркулюючим за годинниковою стрілкою. Одна з ліній індукції деякого радіусу  $r_1 < r < r_2$  зображена на рис. 5.7. Застосуємо теорему про циркуляцію до контура  $L$ , що має форму

кола, співпадаючого із зображеною на рис. 5.7 лінією індукції магнітного поля. З міркувань симетрії ясно, що модуль вектора  $\vec{B}$  однаковий вздовж всієї цієї лінії. За теоремою про циркуляцію можна записати:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 IN$$

де  $N$  – повне число витків, а  $I$  – струм, що тече по витках котушки. Отже:

$$B = \frac{\mu_0 IN}{2\pi \cdot r}$$

Таким чином, модуль вектора магнітної індукції в тороїдальній котушці залежить від радіусу  $r$ . Якщо сердечник котушки тонкий, тобто  $r_2 - r_1 \ll r$ , то магнітне поле всередині котушки практично однорідне. Величина  $n = NI / 2\pi \cdot r$  є числом витків на одиницю довжини котушки. В цьому випадку:

$$B = \mu_0 In$$

В цей вираз не входить радіус тора, тому воно справедливе і в граничному випадку  $r \rightarrow \infty$ . Тобто кожен частину тороїдальної котушки можна розглядати як довгу прямолінійну котушку. Такі котушки називають **соленоїдами**. Далеко від торців соленоїда модуль магнітної індукції визначається за тим же співвідношенням, що і у разі тороїдальної котушки.

На рис. 5.8 зображено магнітне поле котушки кінцевої довжини. Слід звернути увагу на те, що в центральній частині котушки магнітне поле практично однорідне і значно сильніше, ніж поза котушкою. На це вказує густина ліній магнітної індукції. У граничному випадку нескінченно довгого соленоїда однорідне магнітне поле цілком зосереджене всередині нього.

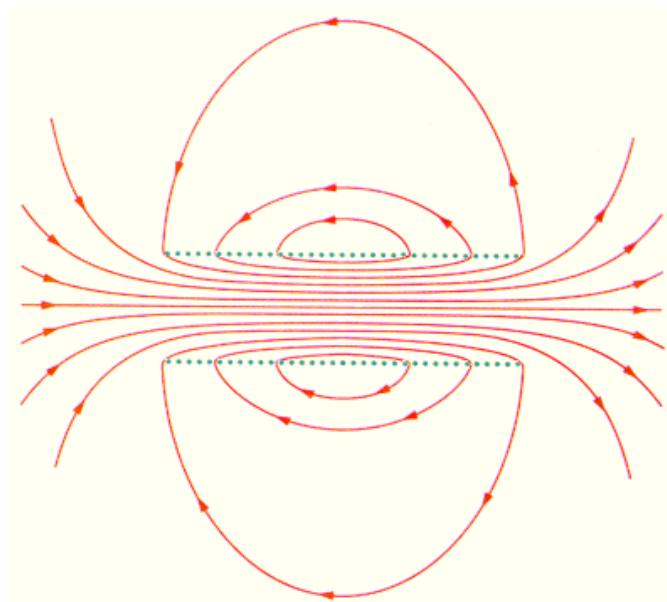


Рис. 5.8

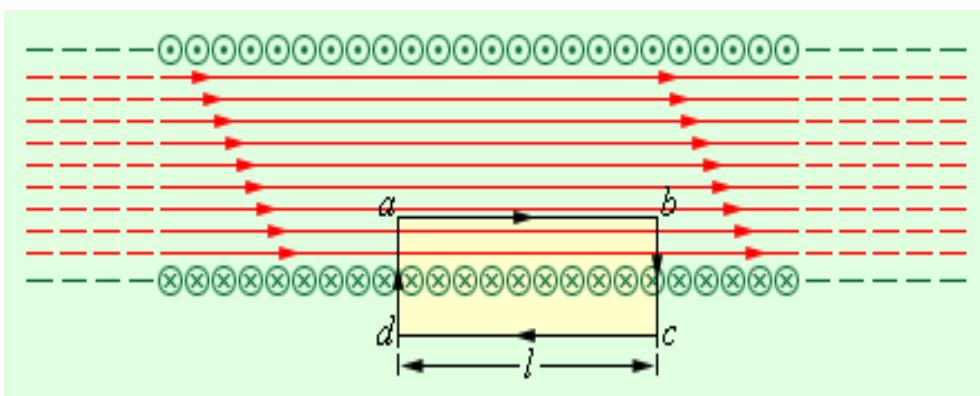


Рис. 5.9

У разі нескінченного довгого соленоїда формулу для знаходження модуля магнітної індукції можна отримати безпосередньо за допомогою теореми про циркуляцію, застосувавши її до прямокутного контура, показаного на рис. 5.9.

Вектор магнітної індукції має відмінну від нуля проекцію на напрямок обходу контура  $abcd$  тільки на стороні  $ab$  (рис. 5.9). Отже, циркуляція вектора  $\vec{B}$  по контуру дорівнює  $Bl$ , де  $l$  – довжина сторони  $ab$ . Число витків соленоїда, що пронизують контур  $abcd$ , дорівнює  $n \cdot l$ , де  $n$  – число витків на одиницю довжини соленоїда, а повний струм, що пронизує контур, дорівнює  $Inl$ . Згідно з теоремою про циркуляцію:

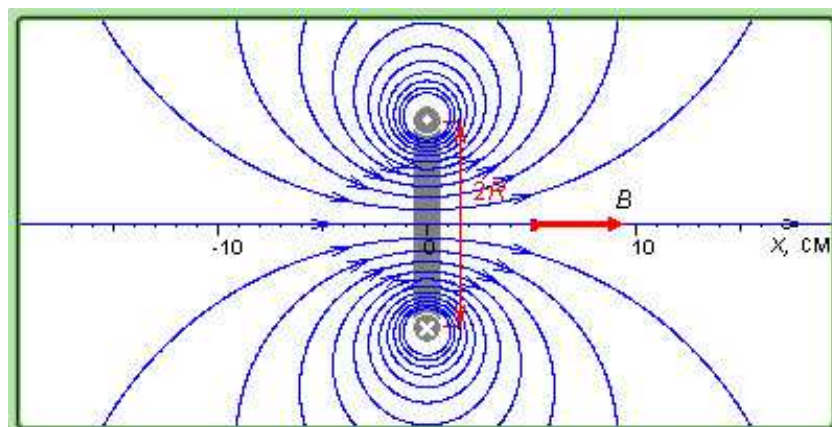
$$Bl = \mu_0 Inl ,$$

звідки

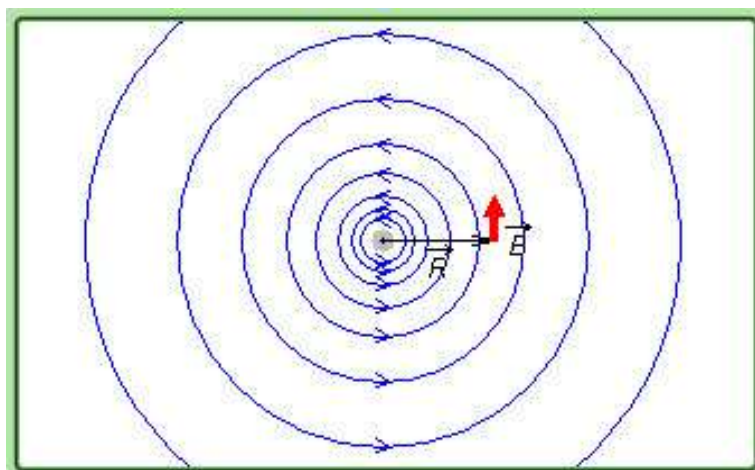
$$B = \mu_0 In$$



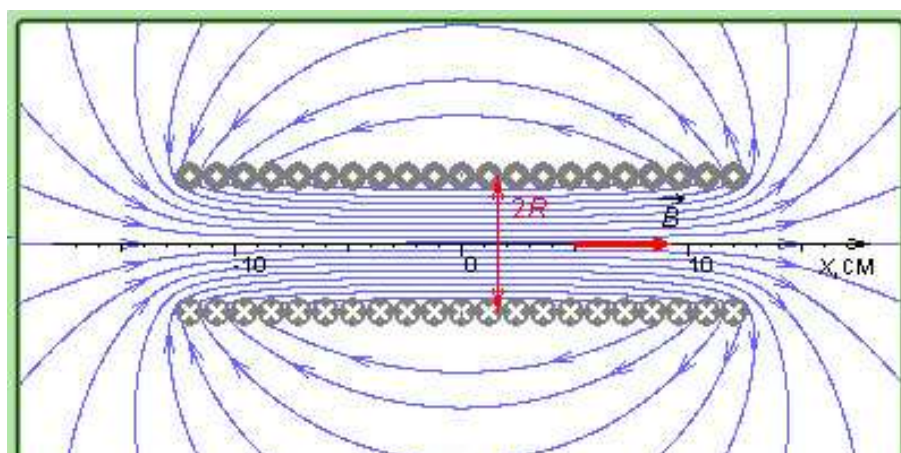
Цей вираз збігається з отриманою раніше формулою для магнітного поля тонкої тороїдальної котушки.



Модель. Магнітне поле кругового витка із струмом



Модель. Магнітне поле прямого струму



Модель. Магнітне поле соленоїда



### 5.1.3. Сила Лоренца. Рух заряджених частинок у магнітному полі

Сила Ампера, що діє на відрізок провідника довжиною  $\Delta l$  з силою струму  $I$ , який знаходиться в магнітному полі  $\vec{B}$ :

$$F = IB\Delta l \sin \alpha$$

може бути знайдена за допомогою сил, що діють на окремі носії заряду.

Нехай концентрація носіїв вільного заряду в провіднику є  $n$ , а  $q$  – заряд носія. Тоді добуток  $nqvS$ , де  $v$  – модуль швидкості впорядкованого руху носіїв по провідникові, а  $S$  – площа поперечного перетину провідника, дорівнює струму, що тече по провідникові:

$$I = qnvS$$

Силу Ампера можна записати у вигляді:

$$F = qnS\Delta l Bv \sin \alpha.$$

Оскільки повне число  $N$  носіїв вільного заряду в провіднику довжиною  $\Delta l$  і перетином  $S$  дорівнює  $nS\Delta l$ , то сила, що діє на одну заряджену частинку, дорівнює:

$$F_L = qvB \sin \alpha.$$

Силу  $F_L$  називають силою Лоренца. В цьому співвідношенні  $\alpha$  – це кут між швидкістю  $v$  і вектором магнітної індукції  $\vec{B}$ . Напрямок сили Лоренца, що діє позитивно на заряджену частинку, так само, як і напрям сили Ампера, може бути знайдений за **правилом лівої руки** або за **правилом свердлика**.

Сила Лоренца спрямована перпендикулярно векторам  $\vec{v}$  і  $\vec{B}$  (рис. 5.10).

**При русі зарядженої частинки в магнітному полі сила Лоренца роботи не здійснює.** Тому модуль вектора швидкості при русі частинки не змінюється.

Якщо заряджена частинка рухається в однорідному магнітному полі під дією сили Лоренца, а її швидкість  $\vec{v}$  лежить в площині, перпендикулярній вектору  $\vec{B}$ , то частинка рухатиметься по колу радіусу

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Сила Лоренца в цьому випадку грає роль доцентрової сили (рис. 5.11).

Період обертання частинки в однорідному магнітному полі дорівнює:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Цей вираз показує, що для заряджених частинок заданої маси  $m$  період обертання не залежить від швидкості  $v$  і радіусу траєкторії  $R$ .

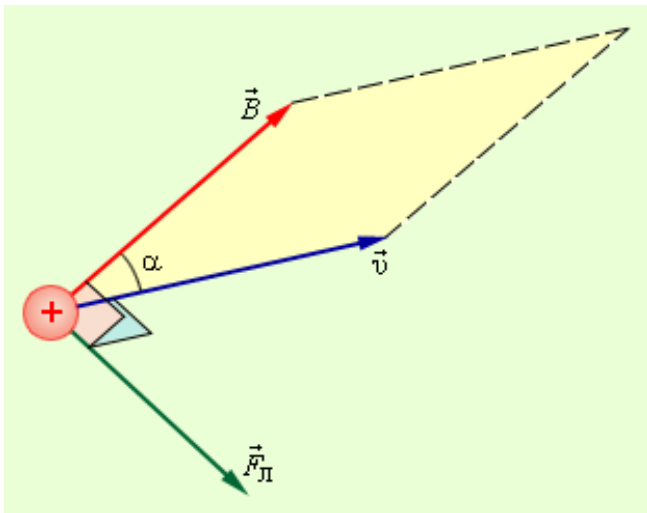


Рис. 5.10

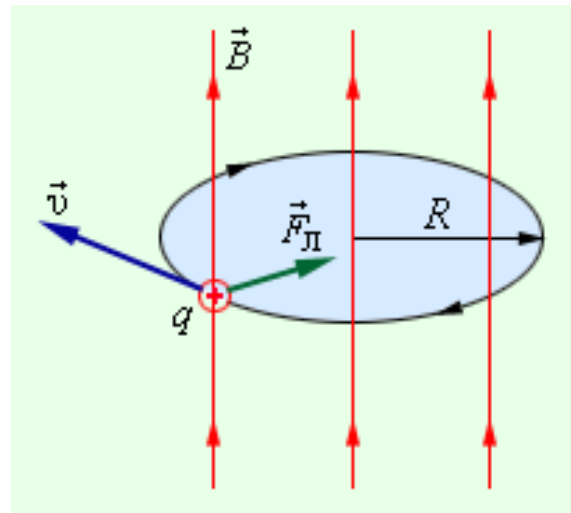


Рис. 5.11

Кутова швидкість руху зарядженої частинки за круговою траєкторією

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{vqB}{mv} = \frac{qB}{m}$$

називається **циклотронною частотою**. Циклотронна частота не залежить від швидкості (отже, і від кінетичної енергії) частинки. Ця обставина використовується в **циклотронах** – прискорювачах важких частинок (протонів, іонів). Принципова схема циклотрона наведена на рис. 5.12.

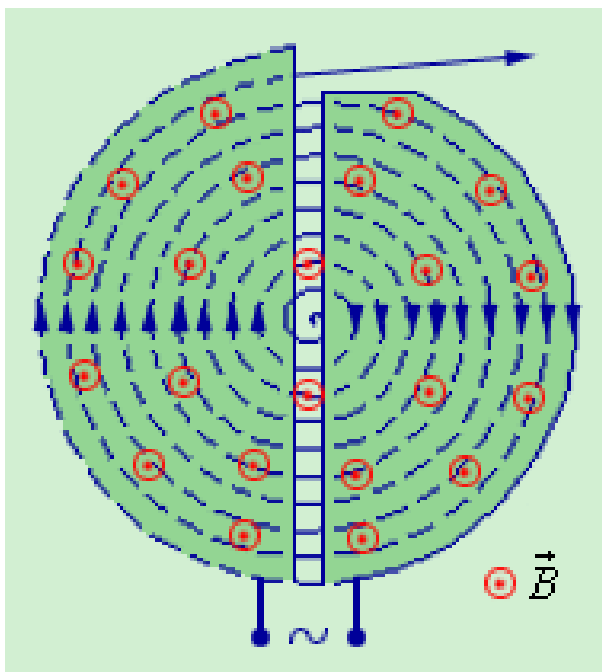


Рис. 5.12

Між полюсами сильного електромагніту вміщується вакуумна камера, в якій знаходяться два електроди у вигляді порожнистих металевих напівциліндрів (**дуантів**). До дуантів прикладена змінна електрична напруга, **частота якої дорівнює циклотронній частоті**. Заряджені частинки інжектуються в центрі вакуумної камери. Частинки прискорюються електричним полем в проміжку між дуантами. Усередині дуантов частинки рухаються під дією сили Лоренца з напівкіл, радіус яких зростає у міру збільшення енергії частинок. Кожного разу, коли частинка

пролітає крізь зазор між дуантами, вона прискорюється електричним полем. Таким чином, в циклотроні, як і у всіх інших прискорювачах, заряджена частинка

прискорюється електричним полем, а утримується на траєкторії магнітним полем. Циклотрони дозволяють прискорювати протони до енергії порядку  $20 \text{ MeV}$ .

Однорідні магнітні поля використовуються в багатьох приладах і, зокрема, в мас-спектрометрах – пристроях, за допомогою яких можна вимірювати маси заряджених частинок: іонів або ядер різних атомів. Мас-спектрометри використовуються для розділення **ізотопів**, тобто ядер атомів з однаковим зарядом, але різними масами (наприклад,  $^{20}\text{Ne}$  і  $^{22}\text{Ne}$ ). Простий мас-спектрометр показано на рис. 5.13. Іони, що вилітають з джерела  $S$ , проходять через декілька невеликих отворів, що формують вузький пучок. Потім вони потрапляють в **селектор швидкостей**, в якому частинки рухаються в **схрещених однорідних електричному і магнітному полях**. Електричне поле створюється між пластинами плоского конденсатора, магнітне поле – в зазорі між полюсами електромагніту. Початкова швидкість  $\vec{v}$  заряджених частинок спрямована перпендикулярно векторам  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$ , де  $\vec{E}$  -напруженність електричного поля.

На частинку, що рухається в схрещених електричному і магнітному полях, діють електрична сила  $q\vec{E}$  і **магнітна сила Лоренца**. За умови  $E = vB$  ці сили точно врівноважують одна одну. Якщо ця умова виконується, частинка рухатиметься рівномірно і прямолінійно і, пролетівши крізь конденсатор, пройде через отвір в екрані. При заданих значеннях електричного і магнітного полів селектор виділить частинки, що рухаються із швидкістю  $v = E/B$ .

Далі частинки з одним і тим же значенням швидкості потрапляють в камеру мас-спектрометра, в якій створено однорідне магнітне поле  $\vec{B}'$ . Частинки рухаються в камері в площині, перпендикулярній магнітному полю, під дією сили Лоренца. Траєкторіями частинок є кола радіусів  $R = mv / qB'$ . Вимірюючи радіуси траєкторій при відомих значеннях  $v$  і  $B'$  можна визначити відношення  $q/m$ . У разі ізотопів ( $q_1 = q_2$ ) мас-спектрометр дозволяє розділити частинки з різними масами.

Сучасні мас-спектрометри дозволяють вимірювати маси заряджених частинок з точністю вище  $10^{-4}$ .

Якщо швидкість частинки  $\vec{v}$  має складову  $v_{||}$  вздовж напрямку магнітного поля, то така частинка рухатиметься в однорідному магнітному полі за гвинтовою лінією. При цьому радіус гвинтової лінії залежить від модуля перпендикулярної магнітному полю складової  $v_{\perp}$  вектора  $\vec{v}$ , а крок гвинтової лінії  $p$  – від модуля повздовжньої складової  $v_{||}$  (рис. 5.14).

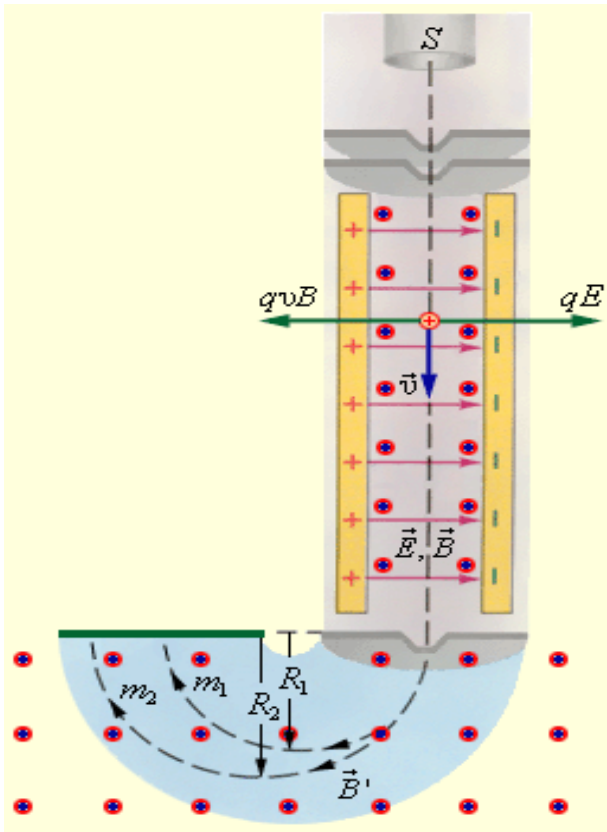


Рис. 5.13

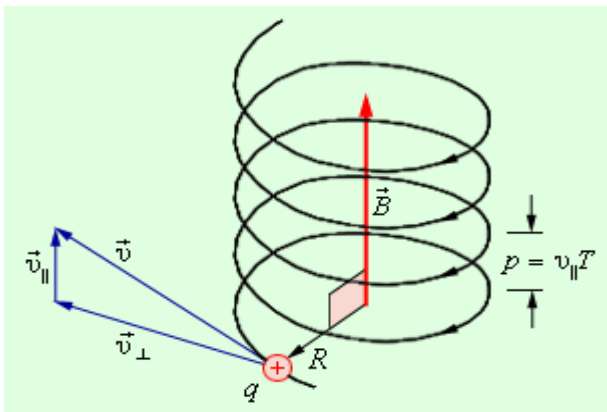


Рис. 5.14

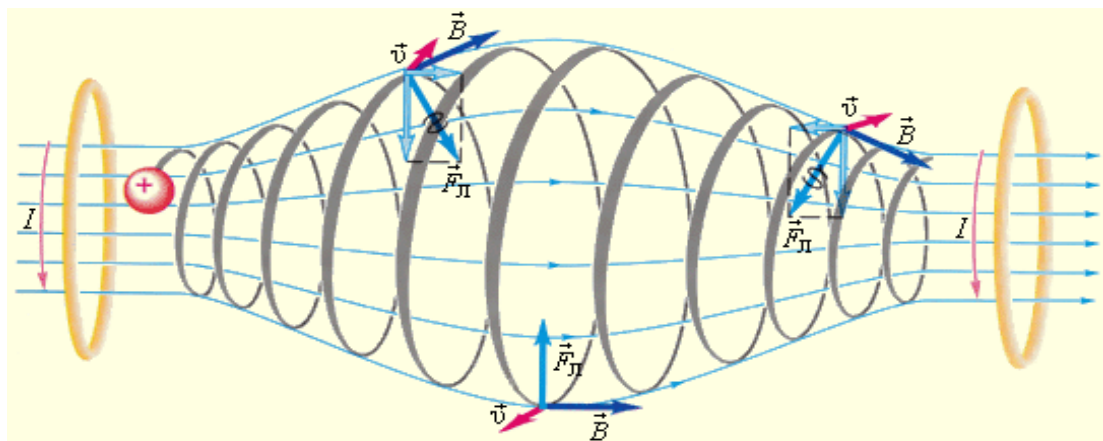


Рис. 5.15

$$v_{\perp} = v \sin \alpha \quad v_{\parallel} = v \cos \alpha ,$$

де  $\alpha$  - кут між напрямками швидкості і магнітного поля. Період обертання частинки залишиться таким, як і при прямому куті  $\alpha$ , а радіус і крок гвинтової лінії  $p$  визначаються так:

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB} , \quad p = Tv \cos \alpha = \frac{2\pi \cdot mv \cos \alpha}{qB} .$$

Таким чином, траєкторія зарядженої частинки як би навивається на лінії магнітної індукції. Це явище використовується в техніці для **магнітної термоізоляції високо температурної плазми**, тобто повністю іонізо-ваного газу при температурі порядку  $10^6$  К. Речовину в такому стані отримують в установках типу “Токамак” при вивченні керованих термоядерних реакцій. Плазма не повинна стикатися із стінками камери. Термоізоляція досягається шляхом створення магнітного поля спеціальної конфігурації. Як приклад на рис. 5.15 зображена траєкторія руху зарядженої частинки в магнітній “**пляшці**” (або пастці). Заряджені частинки не

виходять за межі “пляшки”. виходять за межі “пляшки”. Магнітне поле “пляшки” може бути створене за допомогою двох круглих котушок із струмом.

Аналогічне явище відбувається в магнітному полі Землі, яке є захистом для всього живого від потоків заряджених частинок з космічного простору. Швидкі заряджені частинки з космосу (головним чином від Сонця) «захоплюються» магнітним полем Землі і утворюють так звані *радіаційні пояси* (рис. 5.16), в яких частинки, як в магнітних пастках, переміщуються туди і назад по спіралеподібних траєкторіях між північним і південним магнітними полюсами за час порядку долей секунди. Лише у полярних областях деяка частина частинок вторгається у верхні шари атмосфери, викликаючи полярні сяйва. Радіаційні пояси Землі тягнуться від відстаней порядку 500 км. до десятків земних радіусів. Слід пригадати, що південний магнітний полюс Землі знаходиться поблизу північного географічного полюса (на північному заході Гренландії). Природа земного магнетизму до цих пір не вивчена.

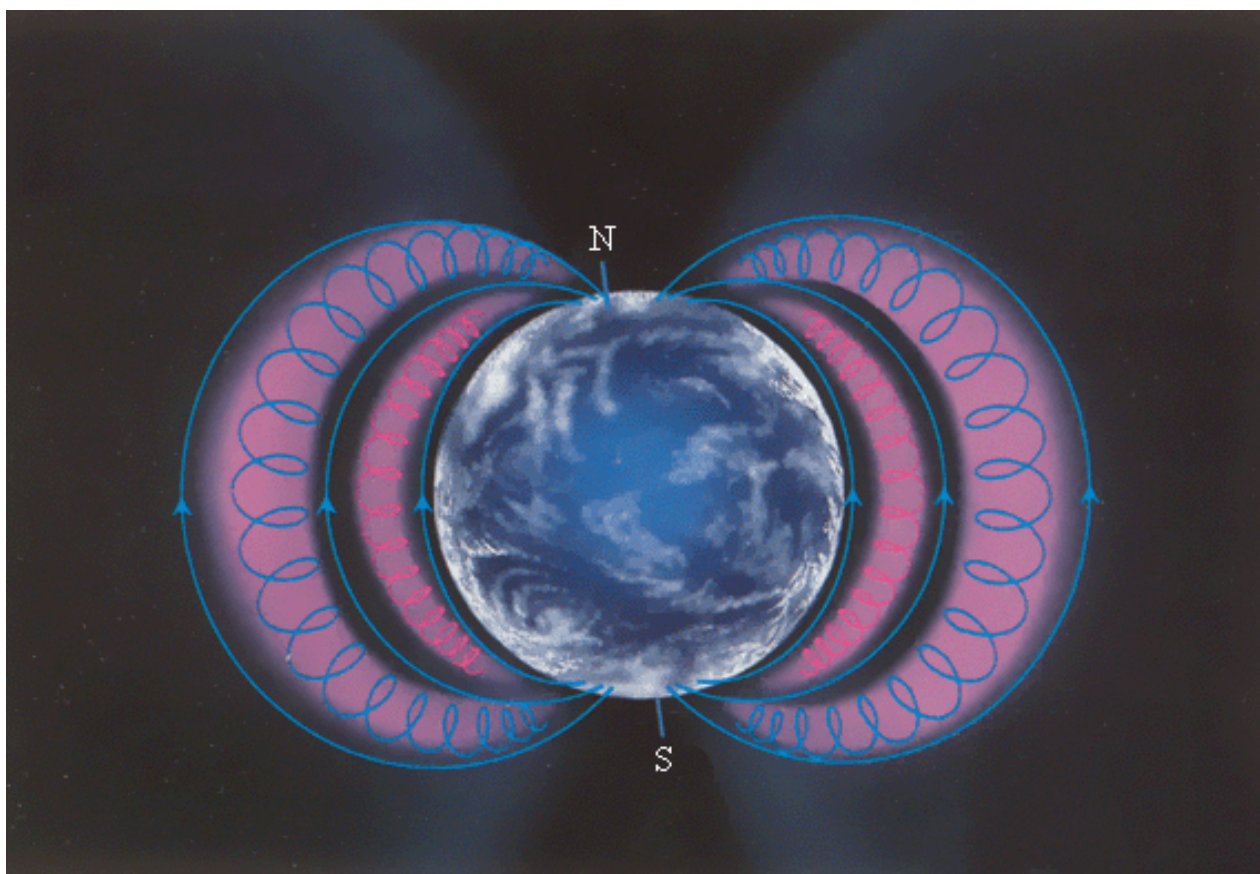
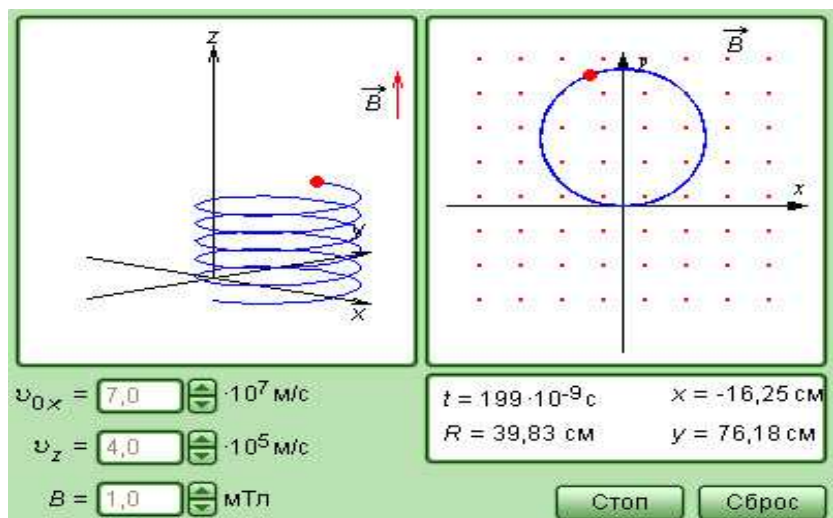
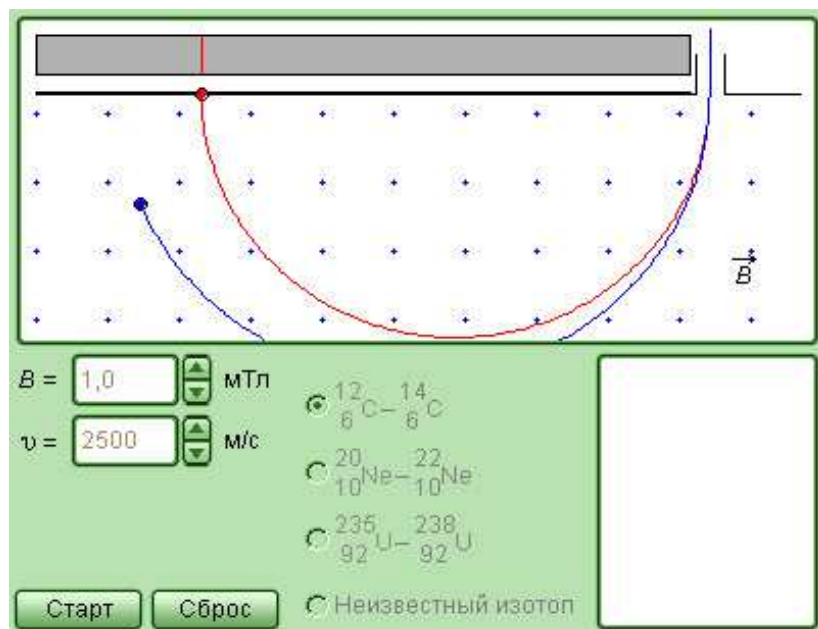


Рис. 5.16

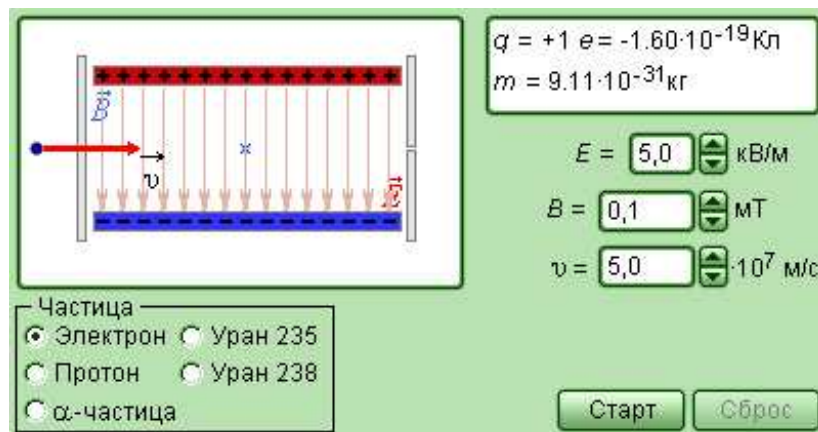




Модель. Рух заряду в магнітному полі



Модель. Мас-спектрометр



Модель. Селектор швидкостей

## 5.2. МАГНІТНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ

Експериментальні дослідження показали, що всі речовини більшою чи меншою мірою мають магнітні властивості. Якщо два витки з струмами вмістити в яке-небудь середовище, то сила магнітної взаємодії між струмами змінюється. Цей дослід показує, що індукція магнітного поля, що створюється електричними струмами в речовині, відрізняється від індукції магнітного поля, що створюється тими ж струмами у вакуумі.

Фізична величина, що показує, у скільки разів індукція  $\vec{B}$  магнітного поля в однорідному середовищі відрізняється за модулем від індукції  $\vec{B}_0$  магнітного поля у вакуумі, є **магнітною проникністю**:

$$\mu = \frac{B}{B_0}.$$

**Магнітні властивості речовин визначаються магнітними властивостями атомів або елементарних частинок** (електронів, протонів і нейтронів), що входять до складу атомів. В даний час встановлено, що магнітні властивості протонів і нейтронів майже в 1000 разів слабкіше за магнітні властивості електронів. Тому магнітні властивості речовин в основному визначаються електронами, що входять до складу атомів.

Однією з найважливіших властивостей електрона є наявність у нього не тільки електричного, але і власного магнітного поля. Власне магнітне поле електрона існує завдяки **спіну** (spin – обертання). Електрон створює магнітне поле також і за рахунок орбітального руху навколо ядра, яке можна вважати коловим мікрострумом. Поля спінів електронів і магнітні поля, обумовлені їх орбітальним рухам, і визначають широкий спектр магнітних властивостей речовин.

Речовини вкрай різноманітні за своїми магнітними властивостями. У більшості речовин ці властивості **виражені** слабо.

**Слабомагнітні речовини** поділяються на дві великі групи – **парамагнетики** і **діамагнетики**. Вони відрізняються тим, що при внесенні до зовнішнього магнітного поля парамагнітні зразки намагнічуються так, що їх власне магнітне поле виявляється спрямованим за зовнішнім полем, а діамагнітні зразки намагнічуються проти зовнішнього поля. Тому у парамагнетиків  $\mu > 1$ , а у діамагнетиків  $\mu < 1$ . Відмінність  $\mu$  від одиниці у пара- і діамагнетиків надзвичайно мала. Наприклад, у алюмінію, який

відноситься до парамагнетиків,  $\mu - 1 \approx 2.1 \cdot 10^{-5}$ , у хлористого заліза ( $FeCl_3$ )  $\mu - 1 \approx 2.5 \cdot 10^{-3}$ . До парамагнетиків належить також платина, повітря і багато інших речовин. До діамагнетиків належать мідь ( $\mu - 1 \approx 3 \cdot 10^{-6}$ ), вода ( $\mu - 1 \approx 9 \cdot 10^{-6}$ ), вісмут ( $\mu - 1 \approx 1.7 \cdot 10^{-3}$ ) та інші речовини.

Зразки з пара- і діамагнетика, вміщені в неоднорідне магнітне поле між полюсами електромагніту (рис.5.17), поведуться по-різному – парамагнетики (1) втягуються в область сильного поля, діамагнетики(2) – виштовхуються.

Пара- і діамагнетизм пояснюється поведінкою електронних орбіт в зовнішньому магнітному полі. У атомів діамагнітних речовин у відсутності зовнішнього поля власні магнітні поля електронів і поля, що створюються їх орбітальним рухом, повністю компенсуються. Виникнення діамагнетизму пов'язане з дією сили Лоренца на електронні орбіти. Під дією цієї сили змінюється характер орбітального руху електронів і порушується компенсація магнітних полів. Власне магнітне поле атома, що виникає при цьому, виявляється спрямованим проти напрямку індукції зовнішнього поля.

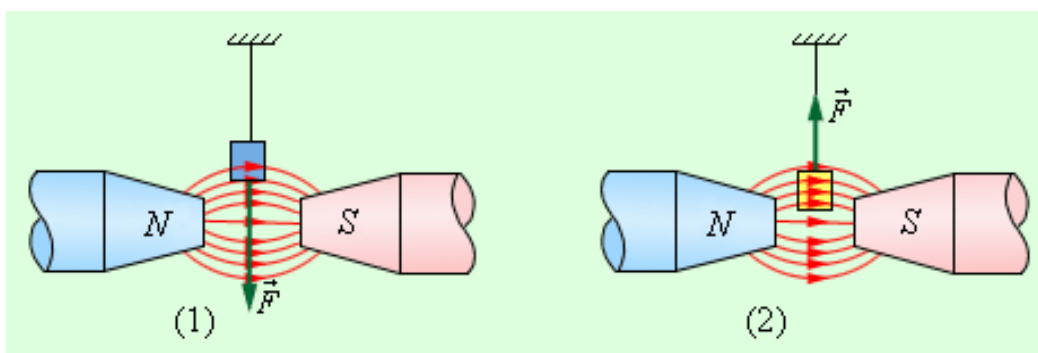


Рис. 5.17

В атомах парамагнітних речовин магнітні поля електронів компенсуються не повністю, і атом виявляється подібним до маленького колового струму. У відсутності зовнішнього поля ці колові мікроструми орієнтовані довільно, так що сумарна магнітна індукція дорівнює нулю. Зовнішнє магнітне поле здійснює орієнтуючу функцію – мікроструми намагаються зорієнтуватися так, щоб їх власні магнітні поля виявилися спрямованими паралельно індукції зовнішнього поля. Завдяки тепловому руху атомів орієнтація мікрострумів ніколи не буває повною. При посиленні зовнішнього поля орієнтаційний ефект зростає, так що індукція власного магнітного поля парамагнітного зразка збільшується прямо пропорційно



індукції зовнішнього магнітного поля. Повна індукція магнітного поля в зразку складається з індукції зовнішнього магнітного поля і індукції власного магнітного поля, що виникло в процесі намагнічення. Механізм намагнічення парамагнетиків дуже схожий на механізм поляризації полярних діелектриків. Діамагнетизм не має аналога серед електричних властивостей речовини.

Слід зазначити, що діамагнітні властивості мають атоми будь-яких речовин. Проте у багатьох випадках діамагнетизм атомів маскується сильнішим парамагнітним ефектом. Явище діамагнетизму було відкрито М. Фарадеєм у 1845 р.

Речовини, здатні сильно намагнічуватися в магнітному полі, називаються **феромагнетиками**. Магнітна проникність феромагнетиків за порядком величини лежить в межах  $10^2$ – $10^5$ . Наприклад, у сталі  $\mu \approx 8000$ , у сплаву заліза з нікелем магнітна проникність досягає значень 25000.

До даної групи відносяться чотири хімічні елементи: залізо, нікель, кобальт, гадоліній. З них найбільшу магнітну проникність має залізо. Тому вся ця група отримала назву феромагнетиків.

Феромагнетиками можуть бути різні сплави, що містять феромагнітні елементи. Широке застосування в техніці отримали керамічні феромагнітні матеріали – ферити.

Для кожного феромагнетика існує певна температура (так звана **температура або точка Кюрі**), вище за яку феромагнітні властивості зникають, і речовина стає парамагнетиком. У заліза, наприклад, температура Кюрі дорівнює  $770^{\circ}\text{C}$ , у кобальту -  $1130^{\circ}\text{C}$ , у нікелю -  $360^{\circ}\text{C}$ .

Феромагнітні матеріали діляться на дві великі групи – на **магніто-м'які** і **магніто-жорсткі** матеріали. Магніто-м'які феромагнітні матеріали майже повністю розмагнічуються, коли зовнішнє магнітне поле стає рівним нулю. До магніто-м'яких матеріалів відноситься, наприклад, чисте залізо, електротехнічна сталь і деякі сплави. Ці матеріали застосовуються в приладах змінного струму, в яких відбувається безперервне перемагнічування, тобто зміна напрямку магнітного поля (трансформатори, електродвигуни і т. п.).

Магніто-жорсткі матеріали значною мірою зберігають свою намагніченість і після видалення їх з магнітного поля. Прикладами магніто-жорстких матеріалів можуть бути вуглецева сталь і ряд спеціальних сплавів.

Магніто-жорсткі матеріали використовуються в основному для виготовлення **постійних магнітів**.

Магнітна проникність  $\mu$  феромагнетиків **не є постійною величиною**; вона суттєво залежить від індукції  $B_0$  зовнішнього поля. Типова залежність  $\mu(B_0)$  наведена на рис. 5.18. У таблицях зазвичай приводяться значення максимальної магнітної проникності.

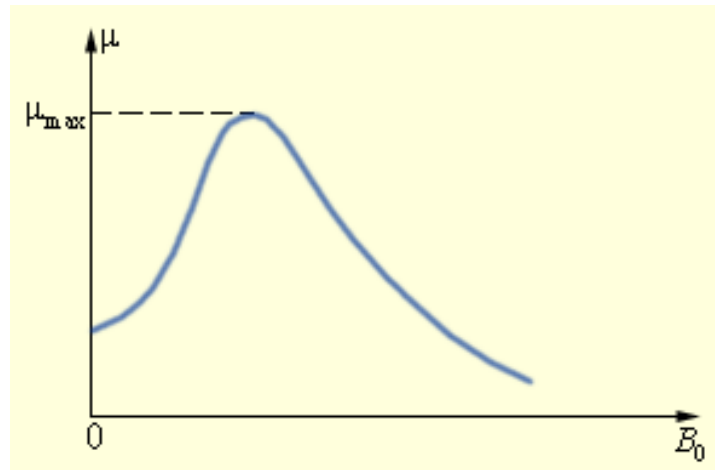


Рис. 5.18

Непостійність магнітної проникності приводить до складної нелінійної залежності індукції  $\vec{B}$  магнітного поля у феромагнетику від індукції  $\vec{B}_0$  зовнішнього магнітного поля. Характерною особливістю процесу намагнічення феромагнетиків є так званий **гістерезис**, тобто залежність намагнічення від передісторії зразка. Крива намагнічення  $B(B_0)$  феромагнітного зразка є петлею складної форми, яка називається **петлею гістерезису** (рис. 5.19). Стрілками вказано спрямування процесів намагнічення і розмагнічування феромагнітного зразка при зміні індукції  $\vec{B}_0$  зовнішнього магнітного поля.

З рис. 5.19 видно, що при  $|B_0| > B_{0s}$  відбувається магнітне насичення – намагніченість зразка досягає максимального значення. Якщо тепер зменшувати магнітну індукцію  $B_0$  зовнішнього поля і довести її знов до нульового значення, то феромагнетик збереже **залишкову намагніченість** – поле всередині зразка буде дорівнювати  $B_r$ . Залишкова намагніченість зразків дозволяє створювати постійні магніти. Для того, щоб повністю розмагнітити зразок, необхідно, змінивши знак зовнішнього поля, довести магнітну індукцію  $B_0$  до значення  $-B_{0c}$ , яке прийнято називати **коерцитивною силою**. Далі процес перемагнічування може бути продовжений, як це вказано стрілками на рис. 5.20.

У магніто-м'яких матеріалів значення коерцитивної сили  $B_{0c}$  невелике – петля гістерезису таких матеріалів досить вузька. Матеріали з великим значенням коерцитивної сили, тобто ті, що мають широку петлю гістерезису, належать до магніто-жорстких.

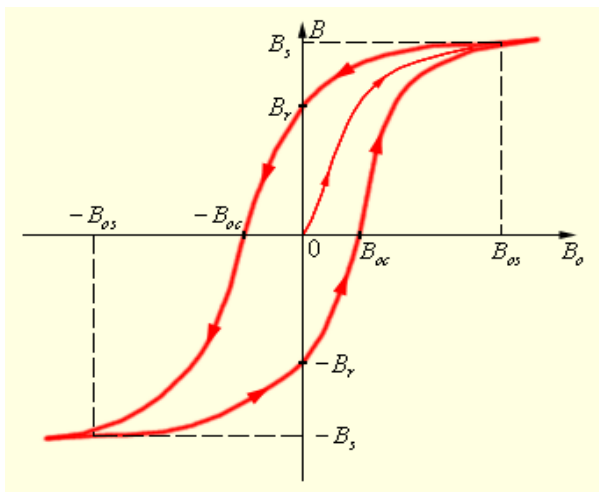


Рис. 5.19

Природу феромагнетизму можна до кінця зрозуміти тільки на основі квантових уявлень. Якісно феромагнетизм пояснюється наявністю власних (спінових) магнітних полів у електронів. У кристалах феромагнітних матеріалів виникають умови, при яких, внаслідок сильної взаємодії магнітних полів спінів сусідніх електронів, енергетично вигідною стає їх паралельна

орієнтація. В результаті такої взаємодії всередині кристала феромагнетика виникають спонтанно намагнічені області розміром порядку  $10^{-2}$ – $10^{-4}$  см. Ці області називаються **доменами**. Кожен домен вдає із себе невеликий постійний магніт.

У відсутності зовнішнього магнітного поля напрями векторів індукції магнітних полів в різних доменах орієнтовані у великому кристалі хаотично. Такий кристал в середньому виявляється не намагніченим. При накладенні зовнішнього магнітного поля  $\vec{B}_0$  відбувається зсув границь доменів так, що об'єм доменів, орієнтованих по зовнішньому полю, збільшується. Зі збільшенням індукції зовнішнього поля зростає магнітна індукція намагніченої речовини. У дуже сильному зовнішньому полі домени, в яких власне магнітне поле співпадає за напрямком з зовнішнім полем, поглинають решту всіх доменів, і настає магнітне насичення. Рис. 5.20 може служити якісною ілюстрацією процесу намагнічення феромагнітного зразка.

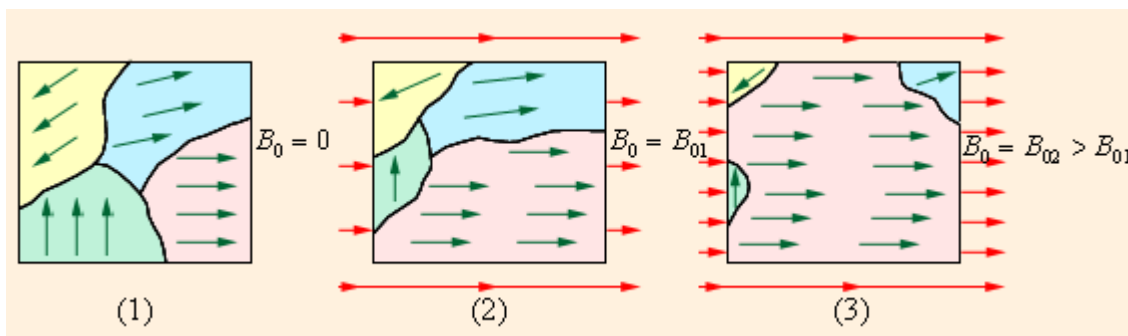


Рис. 5.20

### 5.3. ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ. ПРАВИЛО ЛЕНЦА

Явище електромагнітної індукції було відкрито видатним англійським фізиком М. Фарадеєм у 1831 р. Воно полягає у виникненні електричного струму в замкненому провідному контурі при зміні за часом магнітного потоку, що пронизує контур.

**Магнітним потоком**  $\Phi$  через площу  $S$  контура називають величину

$$\Phi = BS \cos \alpha$$

де  $B$  – модуль вектора магнітної індукції,  $\alpha$  – кут між вектором  $\vec{B}$  і нормаллю  $\vec{n}$  до площини контура (рис. 5.21). Напрямок нормалі  $\vec{n}$  і вибраний позитивний напрям  $\vec{l}$  обходу контура зв'язані правилом правого свердлика.

Визначення магнітного потоку легко узагальнити на випадок неоднорідного магнітного поля і неплоского контура. Одиниця магнітного потоку в системі СІ називається **вебером** (Вб). Магнітний потік, рівний 1 Вб, створюється магнітним полем з індукцією 1 Тл, що пронизує за напрямком нормалі плоский контур площею 1 м<sup>2</sup>:

$$1\text{Вб} = 1\text{Тл} \cdot 1\text{м}^2$$

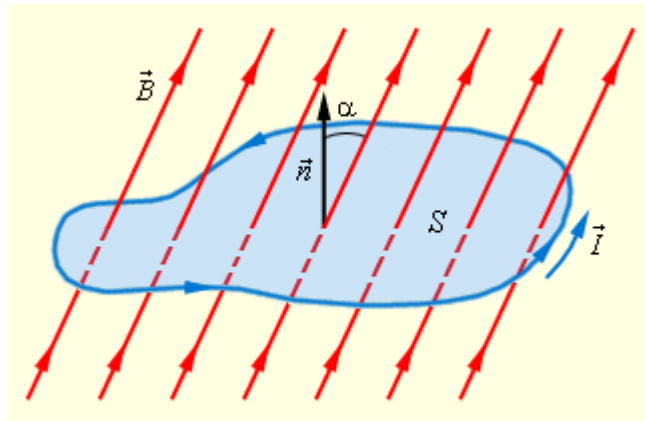


Рис. 5.21

Фарадей експериментально встановив, що при зміні магнітного потоку в провідному контурі виникає е.р.с. індукції  $\mathcal{E}_{ind}$ , що дорівнює швидкості зміни магнітного потоку через поверхню, обмежену контуром, взятою із знаком мінус:

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}.$$

Ця формула носить назву **закону електромагнітної індукції Фарадея**.

Досліди показують, що індукційний струм, що виникає в замкненому контурі при зміні магнітного потоку, завжди має такий напрямок, що створюване їм магнітне поле перешкоджає зміні магнітного потоку, який викликає появу індукційного струму. Це твердження, сформульоване в 1833 р., називається **правилом Ленца**.

Рис. 5.22 ілюструє правило Ленца на прикладі нерухомого провідного контура, який знаходиться в однорідному магнітному полі, модуль індукції якого збільшується в часі. В даному прикладі  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} > 0$ , а  $\varepsilon_{ind} < 0$ . Індукційний струм  $I_{ind}$ , що тече назустріч вибраному позитивному напрямку обходу контура, визначається за законом Ома:  $I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R}$

Правило Ленца відображає той експериментальний факт, що  $\varepsilon_{ind}$  і  $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$  завжди мають протилежні знаки (знак “мінус” у формулі Фарадея). Правило Ленца має глибокий фізичний зміст – воно виражає закон збереження енергії.

Зміна магнітного потоку, що пронизує замкнений контур, може відбуватися з двох причин.

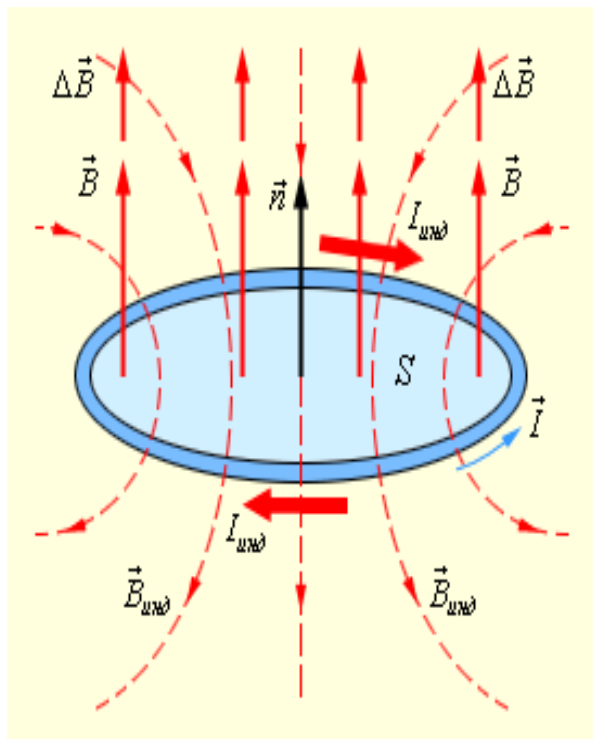


Рис. 5.22

1. Магнітний потік змінюється внаслідок переміщення контура або його частин в постійному в часі магнітному полі. Це випадок, коли провідники, а разом з ними і вільні носії заряду, рухаються в магнітному полі. Виникнення е.р.с. індукції пояснюється дією сили Лоренца на вільні заряди в рухомих провідниках. Сила Лоренца грає в цьому випадку роль сторонньої сили.

Розглянемо, як приклад, виникнення е.р.с. індукції в прямо кут-ному контурі, вміщеному в однорідне магнітне поле  $\vec{B}$ , перпендикулярне площині контура. Хай одна із сторін контура

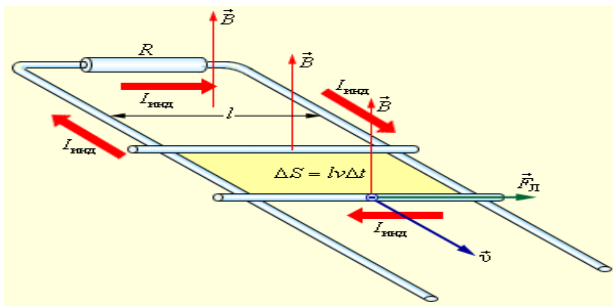


Рис. 5.23

довжиною  $l$  ковзає з швидкістю  $\vec{v}$  по двох інших сторонах (рис. 5.23).

На вільні заряди на цій ділянці контура діє сила Лоренца. Одна з складових цієї сили, пов'язана з **переносною** швидкістю зарядів  $\vec{v}$ , спрямована вздовж провідника. Ця складова вка-

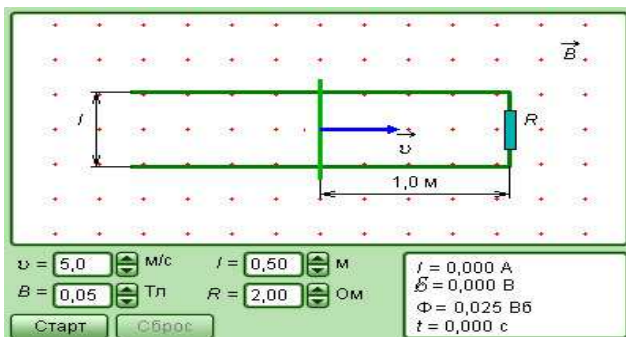
зана на рис. 5.23. Вона грає роль сторонньої сили. Її модуль дорівнює:  $F_L = evB$ .

Робота сили  $F_L$  на шляху  $l$  дорівнює:

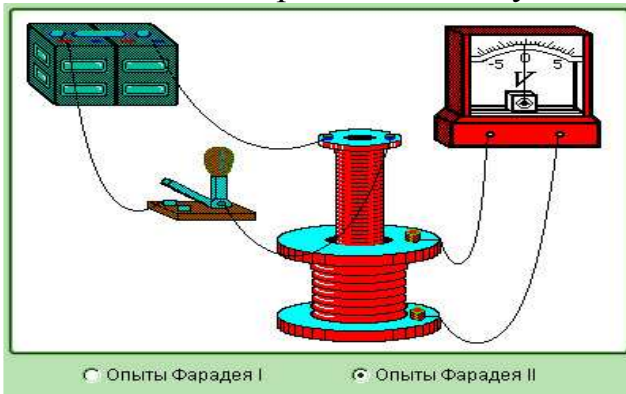
$$A = F_L l = evBl.$$

За визначенням е.р.с. :

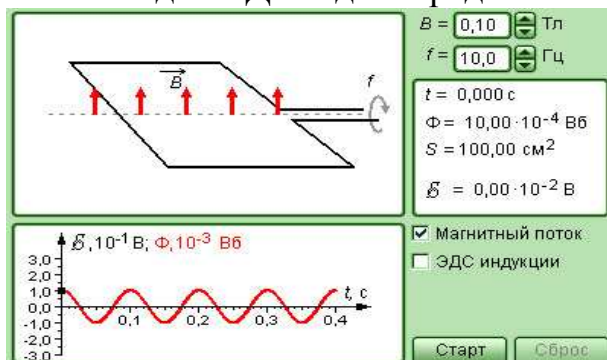
$$\mathcal{E}_{ind} = \frac{A}{e} = vBl.$$



Модель. Електромагнітна індукція



Модель. Досліди Фарадея



Модель. Генератор змінного струму

2. Друга причина зміни магнітного потоку, що пронизує контур, – зміна за часом магнітного поля при нерухомому контурі. В цьому випадку виникнення е.р.с. індукції вже не можна пояснити дією сили Лоренца. Електрони в нерухомому провіднику можуть приводитися в рух тільки електричним полем. Це електричне поле породжується магнітним полем, що змінюється в часі. Робота цього поля при переміщенні одиничного позитивного заряду по замкненому контуру дорівнює е.р.с. індукції в нерухомому провіднику. Отже, електричне поле, породжене магнітним полем, що змінюється, **не є потенціальним**. Його називають **вихровим електричним полем**. Уявлення про вихрове електричне поле було введене у фізику великим англійським фізиком Дж. Максвеллом у 1861 р.

Явище електромагнітної індукції в нерухомих провідниках, що виникає

при зміні навколишнього магнітного поля, також описується формулою Фарадея. Таким чином, явища індукції в рухомих і нерухомих провідниках **протікають однаково**, але фізична причина виникнення індукційного струму в цих двох випадках є різною: у разі рухомих провідників е.р.с. індукції обумовлена силою Лоренца; у разі нерухомих провідників е.р.с. індукції є наслідком дії на вільні заряди вихрового електричного поля, що виникає при зміні магнітного поля.

### 5.3.1. Самоіндукція. Енергія магнітного поля

**Самоіндукція** є важливим окремим випадком електромагнітної індукції, коли магнітний потік, що змінюється, викликає е.р.с. індукції, що створюється струмом в самому контурі. Якщо струм в даному контурі за якихось причин змінюється, то змінюється і магнітне поле цього струму, а, отже, і власний магнітний потік, що пронизує контур. У контурі виникає е.р.с. самоіндукції, яка згідно правила Ленца перешкоджає зміні струму в контурі.

Власний магнітний потік  $\Phi$ , що пронизує контур або котушку із струмом, пропорційний силі струму  $I$ :  $\Phi = LI$

Коефіцієнт пропорційності  $L$  в цій формулі називається **коефіцієнтом самоіндукції** або **індуктивністю** котушки. Одиниця індуктивності в СІ називається **генрі** ( $Гн$ ). Індуктивність контура або котушки дорівнює  $1 Гн$ , якщо при силі постійного струму  $1 А$  власний потік дорівнює  $1 Вб$ :  $1 Гн = \frac{1 Вб}{1 А}$

Як приклад розрахуємо індуктивність довгого соленоїда, що має  $N$  витків, площу перетину  $S$  і довжину  $l$ . Магнітне поле соленоїда визначається за формулою:

$$B = \mu_0 In$$

де  $I$  – струм в соленоїді,  $n = \frac{N}{l}$  число витків на одиницю довжини соленоїда.

Магнітний потік, що пронизує всі  $N$  витків соленоїда, дорівнює:

$$\Phi = BSN = \mu_0 n^2 SI$$

Отже, індуктивність соленоїда дорівнює:

$$L = \mu_0 n^2 Sl = \mu_0 n^2 V ,$$

де  $V = Sl$  – об'єм соленоїда, в якому зосереджено магнітне поле. Отриманий результат не враховує крайових ефектів, тому він приблизно справедливий тільки для достатньо довгих котушок. Якщо соленоїд заповнений речовиною з магнітною проникністю  $\mu$ , то при заданому струмі  $I$  індукція

магнітного поля зростає за модулем в  $\mu$  разів, тому індуктивність котушки з осердям також збільшується в  $\mu$  разів:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V$$

**Е.р.с. самоіндукції**, що виникає в котушці з постійним значенням індуктивності, згідно з законом Фарадея дорівнює:

$$\mathcal{E}_{ind} = \mathcal{E}_L = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Е.р.с. самоіндукції прямо пропорційна індуктивності котушки і швидкості зміни сили струму в ній.

Енергія  $W_M$  магнітного поля котушки з індуктивністю  $L$ , що створюється струмом  $I$ , дорівнює:

$$W_M = \frac{\Phi I}{2} = \frac{LI^2}{2} = \frac{\Phi^2}{2L}$$

За правилом Ленца індукційні і струми, що виникають внаслідок самоіндукції, мають такий напрямок, щоб перешкоджати змінам струмів в ланцюзі. Це призводить до того, що при розмиканні і замиканні ланцюга встановлення струму відбувається не миттєво, а повільно (поступово)..При розмиканні ланцюга струм змінюється з часом за таким законом:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}$$

При замиканні ланцюга струм зростає з часом за законом:  $I = I_0 \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$ .

У попередніх виразах  $L$  - індуктивність ланцюга,  $R$  - його активний опір,  $I_0 = \frac{E}{R}$ ,  $E$  - е.р.с. джерела струму.



## 6. КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

В техніці і в оточуючому нас світі часто доводиться стикатися з **періодичними** (або **майже періодичними**) процесами, які повторюються через однакові проміжки часу. Такі процеси називаються **коливальними**. Коливальні явища різної фізичної природи підкоряються загальним закономірностям. Наприклад, коливання струму в електричному ланцюзі і коливання математичного маятника можуть описуватися однаковими рівняннями. Спільність коливальних закономірностей дозволяє розглядати коливальні процеси різної природи з єдиної точки зору.

**Механічними коливаннями** називаються періодичні (або майже періодичні) зміни фізичної величини, що описує механічний рух (швидкість, переміщення, кінетична і потенційна енергія і т. ін.).

Якщо в якій-небудь точці середовища, в якому близько розташовані атоми або молекули відчують силову дію, збуджується процес механічних коливань, то цей процес буде з кінцевою швидкістю, залежною від властивостей середовища, розповсюджуватися від точки до точки. Так виникають **механічні хвилі**. Прикладами такого процесу є звукові хвилі в повітрі.

Як і коливання, хвильові процеси різної фізичної природи (звук, електромагнітні хвилі, хвилі на поверхні рідини і т. ін.) мають багато загального. Розповсюдження хвиль різної фізичної природи можна описувати за допомогою однакових математичних рівнянь. У цьому виявляється єдність матеріального світу.

### 6.1. МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ

#### 6.1.1. Гармонічні коливання

**Механічними коливаннями** називають рухи тіл, що повторюються точно (або приблизно) через однакові проміжки часу. Закон руху тіла, що здійснює коливання, задається за допомогою деякої періодичної функції часу  $x = f(t)$ . Графічне зображення цієї функції дає наочне уявлення про протікання коливального процесу в часі. Прикладами простих коливальних систем можуть служити вантаж на пружині або математичний маятник (рис. 6.1).

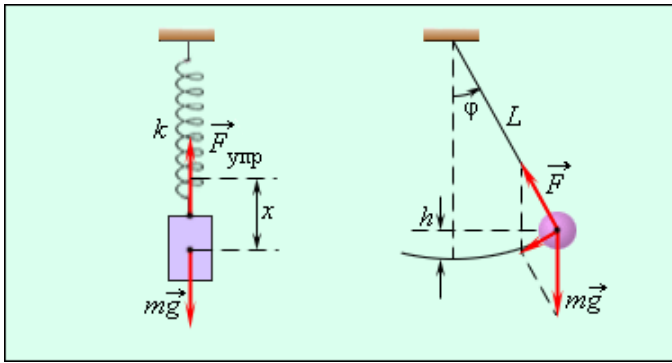


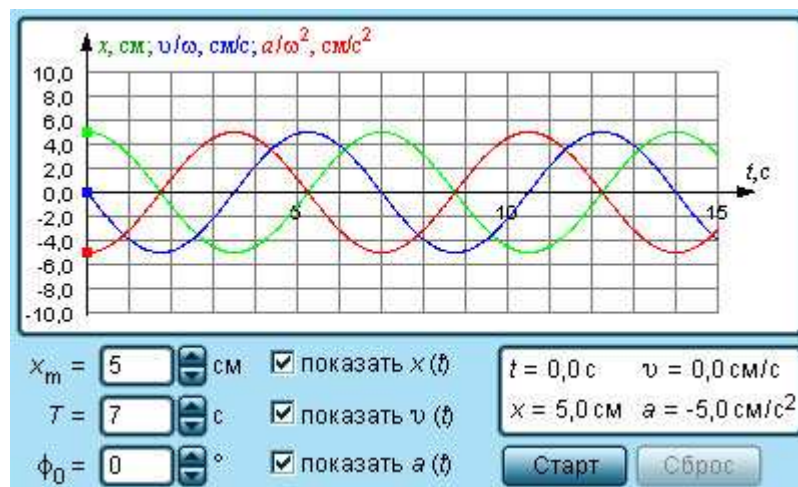
Рис. 6.1

Механічні коливання, як і коливальні процеси будь-якої іншої фізичної природи, можуть бути **вільними** і **вимушеними**. **Вільні коливання** здійснюються під дією **внутрішніх сил** системи, після того, як система була виведена із стану рівноваги. Коливання вантажу на пружині або

коливання маятника є вільними коливаннями. Коливання, що відбуваються під дією **зовнішніх** сил, що періодично змінюються, називаються **вимушеними**. Найбільш простим видом коливального процесу є **гармонічні коливання**, які описуються рівнянням:  $x = x_m \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$ .

Тут  $x$  – відхилення тіла від положення рівноваги,  $x_m$  – амплітуда коливань, тобто максимальне відхилення від положення рівноваги,  $\omega$  – **циклічна або кругова частота** коливань,  $t$  – час. Величина, що стоїть під знаком косинуса,  $\varphi = \omega \cdot t + \varphi_0$  називається **фазою** гармонійного процесу. При  $t = 0 \Rightarrow \varphi = \varphi_0$ , тому  $\varphi_0$  називають **початковою фазою**. Мінімальний інтервал часу, через який відбувається повторення руху тіла, називається **періодом коливань**  $T$ . Фізична величина, обернена періоду коливань, називається **частотою коливань**:  $f = \frac{1}{T}$ .

Частота коливань  $f$  показує, скільки коливань здійснюється за 1 с. Одиниця частоти – **герц** (Гц). Частота коливань  $f$  пов'язана з циклічною частотою  $\omega$  і періодом коливань  $T$  співвідношеннями:  $\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$ .



Модель. Гармонічні коливання

### 6.1.2. Вільні коливання. Пружинний маятник. Математичний маятник.

#### Фізичний маятник

**Вільні коливання** здійснюються під дією внутрішніх сил системи після того, як система була виведена з положення рівноваги.

Для того, щоб вільні коливання здійснювалися за гармонічним законом, необхідно, щоб сила, що намагається повернути тіло в положення рівноваги, була пропорційна відхиленню тіла від положення рівноваги і спрямована у бік, протилежний відхиленню:

$$F(t) = ma(t) = m\ddot{x}(t) = m\omega^2 x(t).$$

В цьому співвідношенні  $\omega$  – циклічна частота гармонічних коливань. Така властивість характерна для пружної сили в межах, коли можна застосовувати закон Гука:

$$F_{\text{пр.}} = -kx.$$

Сили будь-якої іншої фізичної природи, що задовольняють цій умові, називаються **квазіпружними**.

Таким чином, вантаж деякої маси  $m$ , прикріплений до пружини з жорсткістю  $k$ , другий кінець якої закріплений нерухомо (рис. 6.2), складають систему, здатну у відсутності тертя здійснювати вільні гармонічні коливання. Вантаж на пружині називають **лінійним гармонічним осцилятором**.

Циклічна частота  $\omega_0$  вільних коливань вантажу на пружині визначається за другим законом Ньютона:

$$ma = -kx = m\omega_0^2 x,$$

звідки:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

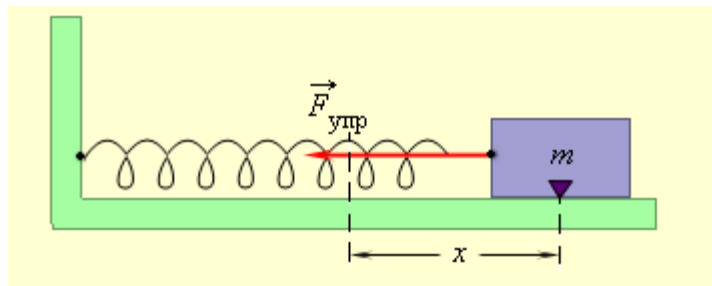


Рис. 6.2

Частота  $\omega_0$  називається **власною частотою** коливальної системи.

Період  $T$  гармонічних коливань вантажу на пружині дорівнює:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

При горизонтальному розташуванні системи пружина–вантаж сила тяжіння, прикладена до вантажу, компенсується силою реакції опори. Якщо ж вантаж підвішено на пружині, то сила тяжіння спрямована по лінії руху вантажу. У положенні рівноваги пружина розтягнута на величину  $x_0$ :

$$x_0 = \frac{mg}{k},$$

і коливання здійснюються біля цього нового положення рівноваги.

**Математичним маятником** називають матеріальну точку, яка підвішена на невагомій нерозтяжній нитці, і знаходиться в полі сили тяжіння. У положенні рівноваги, коли маятник висить вертикально, сила тяжіння  $m\vec{g}$  врівноважується силою натягу нитки  $F_{np}$ . При відхиленні маятника від положення рівноваги на деякий кут  $\varphi$  з'являється дотична складова сили тяжіння  $F_\tau = -mg \sin \varphi$  (рис. 6.3). Знак “мінус” в цій формулі означає, що дотична складова спрямована у бік, протилежний відхиленню маятника.

$x = L\varphi$  – відхилення маятника по дузі

Період коливань математичного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

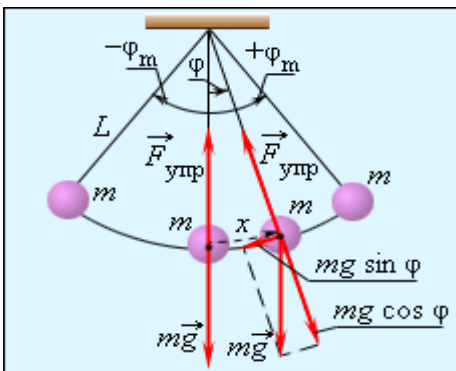


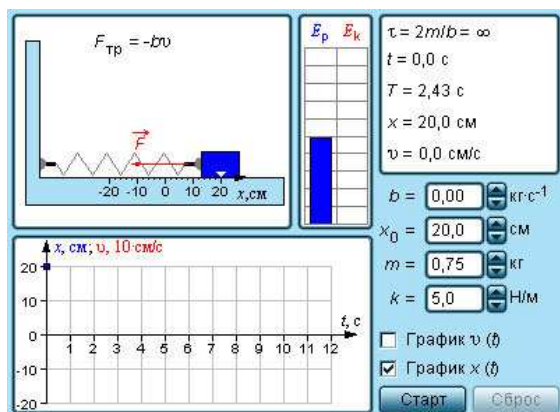
Рис. 6.3

Будь-яке тіло, насаджене на горизонтальну вісь обертання і здатне здійснювати в полі тяжіння вільні коливання, називається **фізичним маятником** (рис. 6.4). Він відрізняється від математичного розподілом мас. У положенні стійкої рівноваги центр мас  $C$  фізичного маятника знаходиться нижче за вісь обертання  $O$  на вертикалі, що проходить через вісь. При відхиленні маятника на кут  $\varphi$  виникає момент сили тяжіння, який намагається повернути маятник в

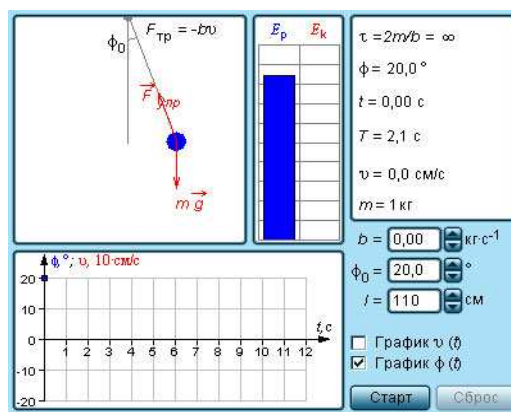
положення рівноваги:

$$M = -(mg \sin \varphi) d.$$

Тут  $d$  – відстань між віссю обертання і центром мас  $C$ .



Модель. Коливання вантажу на пружині



Модель. Математичний маятник

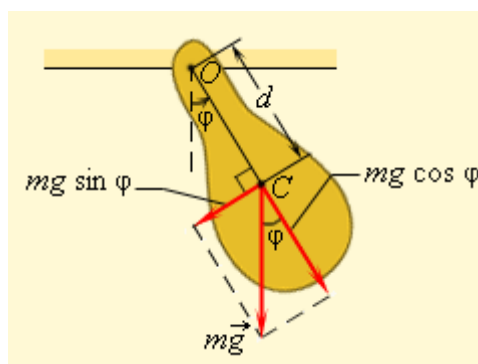


Рис. 6.4

Знак “мінус” в цій формулі, як завжди, означає, що момент сил намагається повернути маятник в напрямку, протилежному його відхиленню з положення рівноваги. Як і у разі математичного маятника момент  $M$ , що повертає маятник до положення рівноваги, пропорційний  $\sin \varphi$ . Це означає, що тільки при малих кутах  $\varphi$ , коли  $\sin \varphi \approx \varphi$ , фізичний маятник здатний здійснювати вільні гармонічні коливання. В разі малих коливань:  $M = -mgd\varphi$  і другий закон Ньютона для фізичного маятника приймає вигляд:

$$I\beta = M = -mgd\varphi,$$

де  $\beta$  – кутове прискорення маятника,  $I$  – момент інерції маятника відносно осі обертання  $O$ . Коефіцієнт пропорційності між прискоренням і відхиленням (кутом відхилення  $\varphi$ ) дорівнює квадрату циклічної частоти:  $\omega_0^2 = \frac{mgd}{I}$ .

Звідки:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

Тут  $\omega_0$  – власна частота малих коливань фізичного маятника.

Отже:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}}.$$

### 6.1.3. Перетворення енергії при вільних коливаннях

При вільних механічних коливаннях кінетична і потенціальна енергії змінюються періодично. При максимальному відхиленні тіла від положення рівноваги його швидкість, а отже, і кінетична енергія перетворюються в нуль. У цьому положенні потенціальна енергія тіла, що коливається, досягає максимального значення. Для вантажу на горизонтально розташованій пружині потенціальна енергія – це енергія пружних деформацій пружини. Для математичного маятника – це енергія в полі тяжіння Землі.

Коли тіло при своєму русі проходить через положення рівноваги, його швидкість максимальна. У цей момент воно має максимальну кінетичну і мінімальну потенціальну енергію. Збільшення кінетичної енергії відбувається за рахунок зменшення потенціальної енергії. При подальшому русі починає збільшуватися потенціальна енергія за рахунок спаду кінетичної енергії і т.д. Таким чином, при гармонічних коливаннях відбувається періодичне перетворення кінетичної енергії на потенціальну і навпаки (рис. 6.5). Якщо в коливальній системі відсутнє тертя, то повна механічна енергія при вільних коливаннях залишається незмінною. Для вантажу на пружині:

$$E = E_k + E_p = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}, \text{ де } k = \omega_0^2 m$$

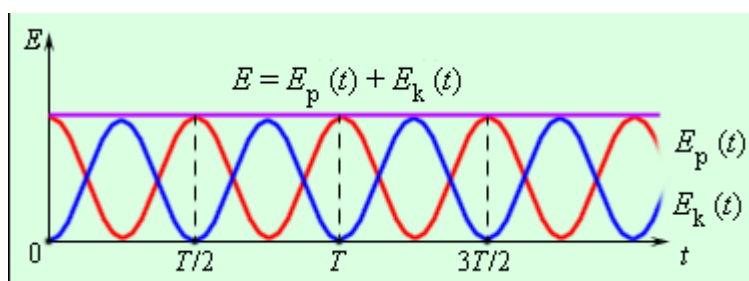
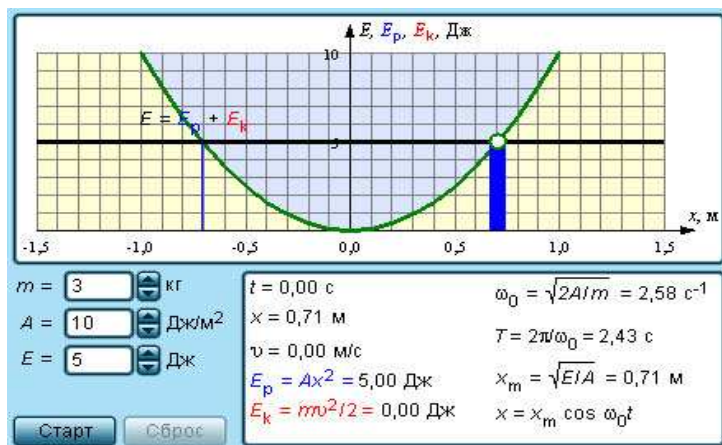


Рис. 6.5



Модель. Перетворення енергії при коливаннях

#### 6.1.4. Затухаючі коливання

В реальних умовах будь-яка коливальна система знаходиться під впливом сил тертя (опору). При цьому частина механічної енергії перетворюється на внутрішню енергію теплового руху атомів і молекул, і коливання стають затухаючими (згасаючими) (рис. 6.6).

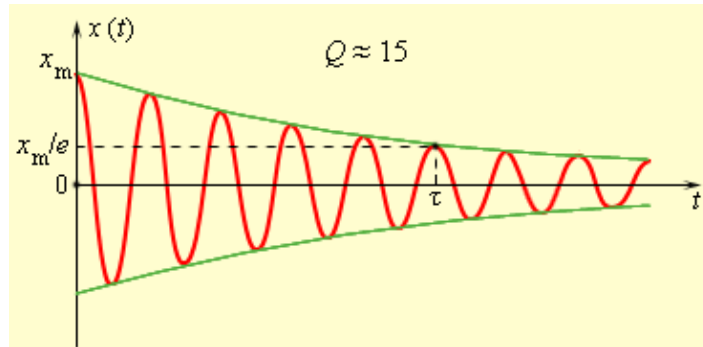


Рис. 6.6

Диференціальне рівняння згасаючих коливань можна вивести з другого закону Ньютона, якщо до квазіпружної сили додати силу опору, яка найчастіше пропорційна величині швидкості руху:

$$F_{on.} = -rv = r\dot{x}, \quad (r - \text{коефіцієнт опору}).$$

$$-kx - r\dot{x} = m\ddot{x}.$$

Це рівняння можна привести до канонічного вигляду:

$$\ddot{x} + \beta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

де  $\beta = \frac{r}{2m}$ ,  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .  $\beta$  називають коефіцієнтом згасання.

Розв'язанням диференціального рівняння є наступна залежність координати від часу:

$$x = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \phi_0),$$

де  $x_m = Ae^{-\beta t}$  - амплітуда згасаючих коливань, що зменшується за часом,

$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$  - циклічна частота згасаючих коливань,  $T = \frac{2\pi}{\omega}$  - період коливань.

Відношення величин амплітуд в моменти часу, що відрізняються на період, називається декрементом згасання:

$$D = \frac{x_m(t)}{x_m(t+T)} = e^{\beta T},$$

а його натуральний логарифм – логарифмічним декрементом згасання:

$$\lambda = \beta T.$$



Швидкість згасання коливань залежить від величини сил тертя.

Інтервал часу  $\tau$ , на протязі якого амплітуда коливань зменшується в  $e = 2,718$  разів, називається **часом згасання**.

Частота вільних коливань залежить від швидкості їх загасання. При зростанні сил тертя власна частота зменшується. Проте, зміна власної частоти стає помітною лише при достатньо великих силах тертя, коли власні коливання затухають швидко.

### 6.1.5. Вимушені коливання. Резонанс

Коливання, що здійснюються під впливом зовнішньої періодичної сили, називаються вимушеними.

Періодична зовнішня сила може змінюватися в часі за різними законами. Особливий інтерес викликає випадок, коли зовнішня сила, що змінюється за гармонійним законом з частотою  $\omega$ , впливає на коливальну систему, здатну здійснювати власні коливання на деякій частоті  $\omega_0$ .

Розглянемо, для прикладу, вимушені коливання тіла на пружині (рис. 6.7).  $l$  – довжина недеформованої пружини,  $k$  – жорсткість пружини. Зовнішня сила  $F_{\text{зов.}}$  прикладена до вільного кінця пружини. Вона примушує вільний (лівий на рис. 6.7) кінець пружини переміщуватися згідно з законом:

$$y = y_m \cos \omega t,$$

де  $y_m$  – амплітуда коливань,  $\omega$  – циклічна частота.

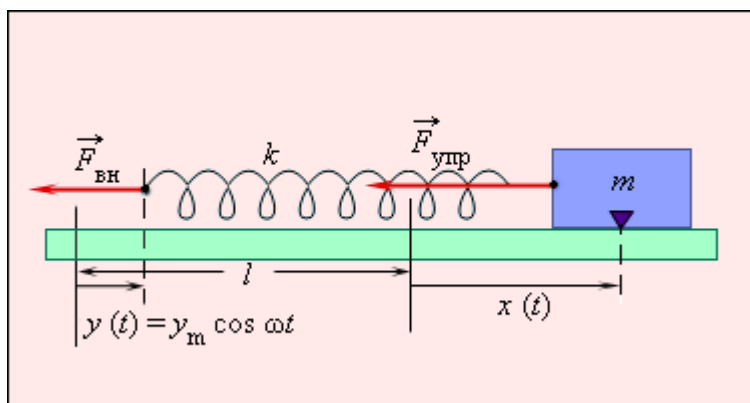


Рис. 6.7

Якщо лівий кінець пружини зміщений на відстань  $y$ , а правий – на відстань  $x$  від їх первинного положення, коли пружина була недеформована, то подовження пружини дорівнює:

$$\Delta l = x - y = x - y_m \cos \omega t$$



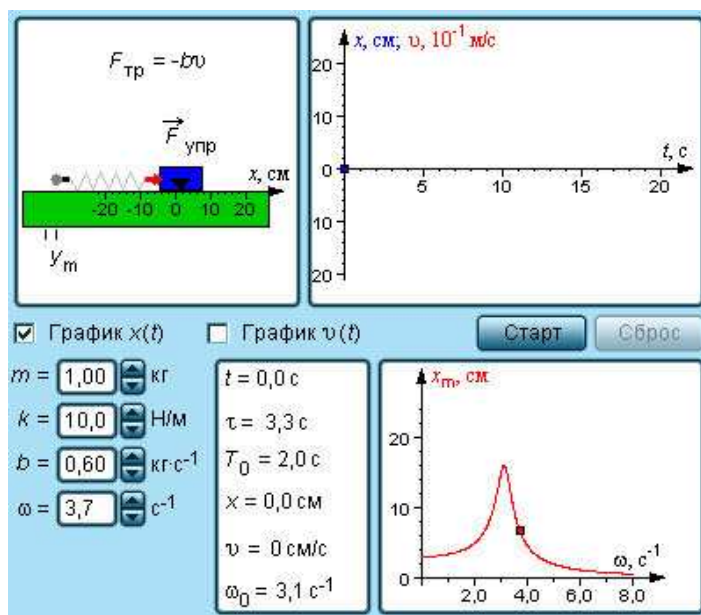
Другий закон Ньютона для тіла масою  $m$  приймає вигляд :

$$ma = -k(x - y) = -kx - ky_m \cos \omega t .$$

В цьому рівнянні сила, що діє на тіло, представлена у вигляді двох доданків. Перший доданок в правій частині – це пружна сила, що намагається повернути тіло в положення рівноваги ( $x=0$ ). Другий доданок – зовнішня періодична сила, що діє на тіло. Цей доданок називають **змушуючою силою**.

Тоді **рівняння вимушених коливань** запишеться у вигляді:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = A \cos \omega t .$$



Модель. Вимушені коливання

Якщо частота  $\omega$  зовнішньої сили наближається до власної частоти  $\omega_0$ , то виникає різке зростання амплітуди вимушених коливань. Це явище називається **резонансом**. Залежність амплітуди  $x_m$  вимушених коливань від частоти  $\omega$  змущуючої сили називається **резонансною характеристикою** або **резонансною кривою** (рис. 6.8). На цьому рисунку резонансні криві при різних рівнях загасання:

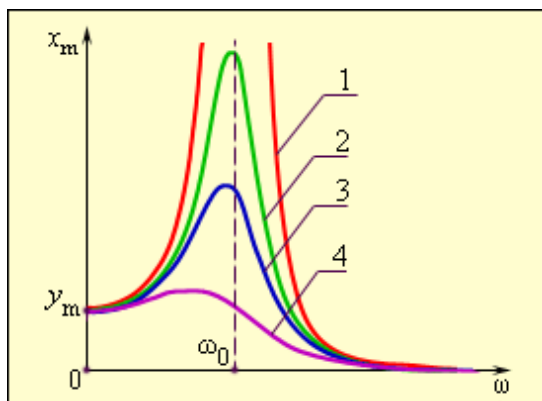


Рис. 6.8

1 – коливальна система без тертя (при резонансі амплітуда  $x_m$  вимушених коливань необмежено зростає); 2,3,4 – коливальні системи з тертям (при резонансі амплітуди  $x_m$  вимушених коливань зменшуються зі зростанням сили тертя).

Явище резонансу може з'явитися причиною руйнування мостів, будівель і інших споруд, якщо власні частоти їх коливань співпадуть з частотою сили, що періодично діє, виникла, наприклад, із-за обертання незбалансованого мотора.

## 6.2. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ

Серед різних електричних явищ особливе місце займають електромагнітні коливання, при яких електричні величини (заряди, струми, електричні і магнітні поля) змінюються періодично. Для збудження і підтримування електромагнітних коливань потрібні певні системи, найпростішою з яких є коливальний контур – коло, що складається з ввімкнених послідовно котушки індуктивності  $L$ , конденсатора ємності  $C$  і резистора з опором  $R$ .

Розглянемо послідовні стадії коливального процесу в ідеалізованому контурі, опір якого малий ( $R = 0$ ). Для збудження коливань в контурі конденсатор попередньо заряджають, надаючи його обкладинкам заряди  $\pm q_m$  (рис. 6.9).

Тоді в початковий момент  $t = 0$  між обкладинками конденсатора виникає електричне поле, енергія якого дорівнює  $W_{em} = \frac{1}{2C} q_m^2$ .

При замиканні конденсатора на котушку він починає розряджатися і в контурі потече струм  $I$ , який з часом зростає. Цей струм створить в котушці магнітне поле, що також зростає і в свою чергу викличе появу в котушці е.р.с. самоіндукції, яка буде спрямована в напрямку протилежному струму розрядки. Оскільки швидкість зміни струму розрядки конденсатора зменшується, то зменшується е.р.с. самоіндукції і струм розрядки наростає. В результаті енергія електричного поля буде зменшуватись, а магнітного поля котушки – зростати. При виконанні умови  $R = 0$  згідно із законом збереження енергії повна енергія:

$$W = \frac{1}{2C} q^2 + \frac{1}{2} L \left( \frac{dq}{dt} \right)^2 = const.$$

Тому в момент часу  $t = \frac{1}{4} T$ , коли конденсатор розрядиться (рис.6.10), енергія електричного поля буде дорівнювати нулю, а енергія магнітного поля і сила струму досягнуть максимального значення. З цього моменту струм в контурі починає зменшуватись і почне зменшуватись магнітне поле котушки, і в ній індукується струм, який тече в тому самому напрямку, що і струм розрядки конденсатора.

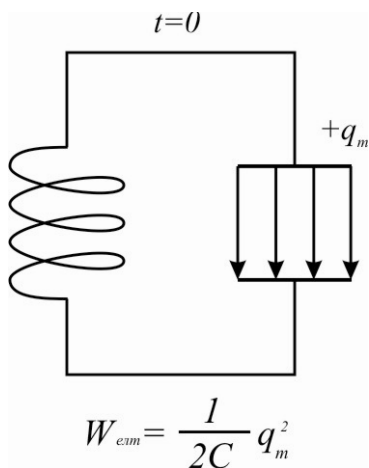


Рис. 6.9

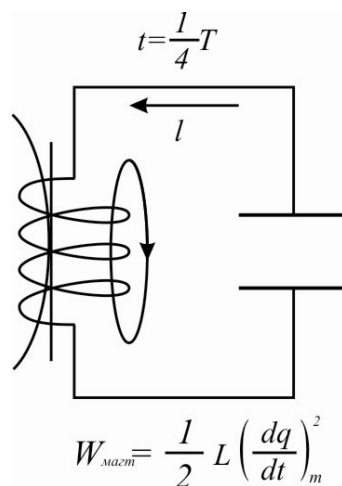


Рис. 6.10

Конденсатор почне перезаряджатися, виникає електричне поле, яке намагається зменшити струм, який в кінці кінців буде дорівнювати нулю, а заряд на обкладках конденсатора при цьому досягне максимуму. Далі ті самі процеси почнуть протікати в зворотному напрямку і система прийде до початкового стану. Після цього почнеться повторення розглянутого циклу розрядження і зарядження конденсатора (рис.6.11). Якщо би втрати енергії не було, то в контурі відбувались би періодичні незгасаючі коливання.

Таким чином, в контурі виникають коливання, які супроводжуються перетворенням енергії електричного і магнітного полів. Такі коливання називаються електромагнітними.

Згідно з другим правилом Кірхгофа для довільного контура, що містить елементи  $L, C, R$ , можна записати:  $IR + U_C = E_s$ ,

де  $IR$  - падіння напруги на резисторі,  $U_C = \frac{q}{C}$  - напруга на конденсаторі,

$E_s = -L \frac{dI}{dt}$  - е.р.с. самоіндукції.

Отже:  $L \frac{dI}{dt} + IR + \frac{q}{C} = 0$ .

Оскільки  $I = \frac{dq}{dt}$  і  $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ , то  $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0$ .

Якщо зовнішні е.р.с. відсутні, то коливання будуть вільними. Якщо  $R = 0$ , в контурі будуть відбуватися гармонічні коливання. Диференціальне рівняння гармонічних коливань заряду  $q$  в контурі є:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad \text{або} \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0.$$

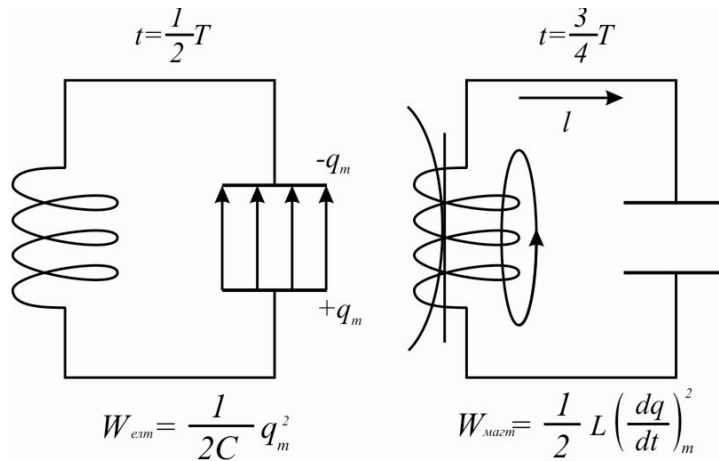


Рис. 6.11

Розв'язанням цього рівняння є наступний вираз:

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де  $q_m$  - амплітуда коливань заряду конденсатора з циклічною частотою, яка називається власною частотою контуру:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Період власних коливань, які виникають в контурі:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Це співвідношення називають формулою Томсона.

Сила струму в коливальному контурі змінюється за законом:

$$I = I_m \cos\left(\omega_0 t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right),$$

де  $I_m = \omega_0 q_m$  - амплітуда сили струму.

Впродовж першої половини періоду струм іде в одному напрямку, протягом другої половини – в протилежному. Напруга на конденсаторі дорівнює:

$$U_c = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де  $U_m = \frac{q_m}{C}$  - амплітуда напруги.

Коливання струму  $i$  випереджують по фазі коливання заряду  $q$  на  $\frac{\pi}{2}$ , тобто коли струм досягає максимального значення, заряд і напруга дорівнюють

нулю і навпаки. Оскільки  $U_m = \frac{q_m}{C}$  і  $I_m = \omega_0 q_m = \frac{q_m}{\sqrt{LC}}$ , то  $U_m = I_m \sqrt{\frac{L}{C}}$ . Величину  $\sqrt{\frac{L}{C}}$  називають хвильовим опором контура.

### 6.3. ХВИЛЬОВІ ПРОЦЕСИ. ОСНОВНІ ВЛАСТИВОСТІ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ

Згідно з теорією Максвелла змінні електричне і магнітне поля тісно взаємозв'язані, вони утворюють єдине електромагнітне поле.

Джерелами електромагнітного поля є різні змінні струми: змінний струм у провідниках, коливальний рух іонів, електронів і інших заряджених частинок.

Змінне електричне поле, яке виникає під час руху зарядів, породжує змінне магнітне поле, а змінне магнітне поле створює в свою чергу змінне електричне поле. Ці вторинні змінні поля мають вихровий характер. Отже, у просторі, який оточує заряди, виникає послідовність взаємних перетворень електричних і магнітних полів, що поширюються від точки до точки. Цей процес буде періодичним у часі і просторі і, отже, являє собою хвилю.

Електромагнітними хвилями називаються збурення електромагнітного поля, що поширюються у просторі.

Джерелом електромагнітних хвиль може бути і коливальний контур. Щоб випромінювання відіграло помітну роль, необхідно здійснити перехід від закритого коливального контуру, в якому електричне поле зосереджене між обкладинками конденсатора, а магнітне – всередині котушки індуктивності, до відкритого коливального контуру (вібратор Герца), що має вигляд двох стрижнів, розділених іскровими проміжками. У відкритому контурі змінне електричне поле заповнює простір, який оточує контур, що істотно підвищує інтенсивність електромагнітного випромінювання.

З рівнянь Максвелла можна отримати рівняння плоскої електромагнітної хвилі:

$$E_z = E_0 \cos(\omega t - kx),$$

$$H_y = H_0 \cos(\omega t - kx)$$

де  $\omega$  - циклічна частота хвилі,  $k = \frac{\omega}{V}$  - хвильове число.

Фазова швидкість електромагнітних хвиль визначається виразом:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = \frac{c}{\sqrt{\mu\epsilon}},$$

де  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}}$  - електродинамічна стала, яка є швидкість електромагнітних хвиль у вакуумі. ( Для вакууму  $\mu = \epsilon = 1$  і  $c = v$  ).

Оскільки  $\epsilon\mu > 1$ , швидкість поширення електромагнітних хвиль у речовині завжди менша, ніж у вакуумі.

Величина  $c = 3 \cdot 10^9 \text{ м/с}$  збігається з швидкістю поширення світла у вакуумі. Це привело Максвелла до думки про електромагнітну природу світла.

З рівнянь Максвелла випливає висновок про те, що вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  в електромагнітній хвилі завжди взаємно перпендикулярні. Крім того, вони лежать у площині, перпендикулярній до напрямку поширення хвилі, тобто до вектора швидкості хвилі. Отже, електромагнітні хвилі є поперечними. Косинусоїдальна електромагнітна хвиля називається монохроматичною хвилею. В кожній точці електромагнітного поля монохроматичної хвилі проекції векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{H}$  на осі координат інерціальної системи відліку здійснюють гармонічні коливання однакової частоти  $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ , яка називається частотою хвилі. Довжина хвилі  $\lambda$ , період  $T$ , частота  $\nu$  і швидкість поширення електромагнітної хвилі зв'язані між собою співвідношенням:

$$\lambda = \nu T = \frac{v}{\nu}.$$

Електромагнітне поле має енергію, тому поширення електромагнітних хвиль пов'язане з перенесенням енергії в полі. Подібно до того, як поширення пружних хвиль у речовині пов'язане з перенесенням механічної енергії. Об'ємна густина енергії електромагнітної хвилі складається з об'ємних густин і електричного і магнітного полів:

$$w = w_{el.} + w_m = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}$$

## 7. ХВИЛЬОВА ОПТИКА

### 7.1. РОЗВИТОК УЯВЛЕНЬ ПРО ПРИРОДУ СВІТЛА

В кінці XVII століття виникли дві теорії світла: **корпускулярна** (*І. Ньютон*) і **хвильова** (*Р. Гук і Х. Гюйгенс*).

Згідно корпускулярної теорії, світлом є потік частинок (корпускул), що випромінюються тілами, що світяться. Ньютон вважав, що рух світлових корпускул підкоряється законам механіки. Так, відбиття світла розумілося аналогічно відбиттю пружної кульки від площини. Заломлення світла пояснювалося зміною швидкості корпускул при переході з одного середовища в інше. Для випадку заломлення світла на межі двох прозорих середовищ корпускулярна теорія приводила до наступного вигляду закону заломлення:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12}.$$

$\varphi$  - кут падіння,  $\psi$  - кут заломлення,  $v_1$  і  $v_2$  - швидкості світла у середовищах 1 і 2,  $n_{12}$  називається відносним показником заломлення двох середовищ.

Для випадку заломлення світла на межі вакуум–середовище корпускулярна теорія приводила до наступного вигляду закону заломлення:

$$\frac{\sin \varphi}{\sin \psi} = \frac{v}{c} = n.$$

$v$  і  $c$  - швидкості світла у середовищі і вакуумі,  $n$  називається абсолютним показником заломлення.

Хвильова теорія, на відміну від корпускулярної, розглядала світло як хвильовий процес, подібний до механічних хвиль. У основу хвильової теорії був покладений **принцип Гюйгенса**, згідно якому кожна точка, до якої доходить хвиля, стає центром вторинних хвиль, а поверхня, що огинає ці вторинні хвилі дає положення **хвильового фронту** в наступний момент часу (рис. 7.1). Під хвильовим фронтом Гюйгенс розумів геометричне місце точок, до яких одночасно доходить хвильове збурення. За допомогою принципу Гюйгенса були пояснені закони відбиття і заломлення світла. Рис. 7.1 дає уявлення про побудови Гюйгенса для визначення напрямку розповсюдження хвилі, що заломлюється на межі двох прозорих середовищ.

Хвильова теорія приводить до того ж закону заломлення, що і корпускулярна теорія.

У 60-і роки XIX століття Максвеллом були встановлені загальні закони електромагнітного поля, які привели його до висновку, що світло – це електромагнітні хвилі.

Електромагнітна природа світла отримала визнання після дослідів Г. Герца по дослідженню електромагнітних хвиль (1887–1888 р.р.). На початку XX століття після дослідів П. М. Лебедева по вимірюванню світлового тиску (1901 р.) електромагнітна теорія світла перетворилася на твердо встановлений факт.

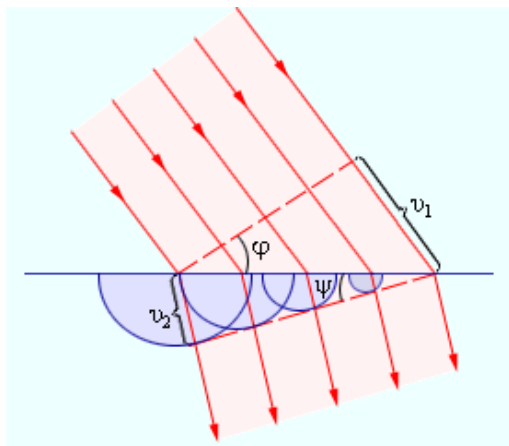


Рис. 7.1

Світло грає надзвичайно важливу роль в нашому житті. Переважну кількість інформації про навколишній світ чоловік отримує за допомогою світла. Проте, в оптиці як розділі фізики, під світлом розуміють не тільки видиме світло, але і широкі діапазони спектру електромагнітного випромінювання, що примикають до нього, – інфрачервоний (ІЧ) і ультрафіолетовий (УФ).

За своєю фізичною властивістю світло принципово не відрізняється від електромагнітного випромінювання інших діапазонів – різні ділянки спектру відрізняються одна від одної тільки довжиною хвилі  $\lambda$  і частотою  $\nu$ . Рис. 7.2 дає уявлення про шкалу електромагнітних хвиль. Межі між різними діапазонами умовні.

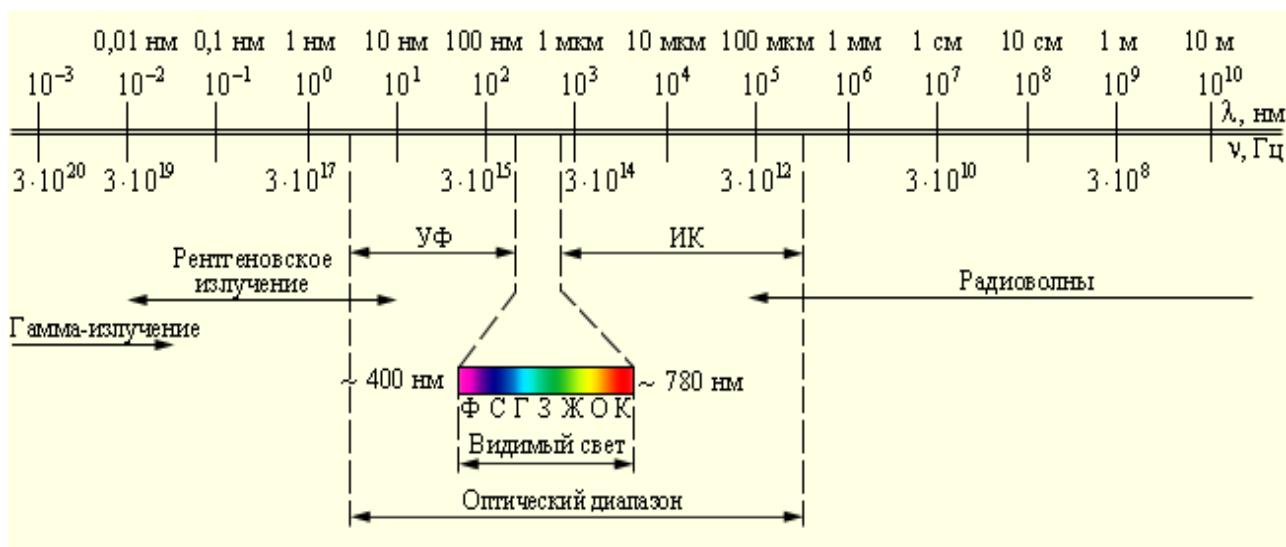


Рис. 7.2



Для вимірювання довжин хвиль в оптичному діапазоні використовуються одиниці довжини: 1 **нанометр** (нм) , 1 **мікрометр** (мкм) і 1 **ангстрем** (Å):

$$1 \text{ нм} = 10^{-9} \text{ м} = 10^{-7} \text{ см} = 10^{-3} \text{ мкм} = 10 \text{ Å}$$

Видиме світло займає діапазон приблизно від 400 нм до 780 нм або від 0,40 мкм до 0,78 мкм або від 4000 Å до 7800 Å.

Електромагнітна теорія світла дозволила пояснити багато оптичних явищ, таких як інтерференція, дифракція, поляризація і т. ін. Для пояснення таких явищ, як випромінювання чорного тіла, фотоефект, ефект Комптона і ін. було потрібно введення **квантових уявлень**. Наука знов повернулася до ідеї корпускул – світлових квантів. Той факт, що світло в одних дослідах виявляє хвильові властивості, а в інших – корпускулярні, означає, що воно має складну подвійну природу, яку прийнято характеризувати терміном **корпускулярно-хвильовий дуалізм**.

## 7.2. ІНТЕРФЕРЕНЦІЯ СВІТЛОВИХ ХВИЛЬ

**Інтерференція** – один з яскравих проявів хвильової природи світла. Це цікаве і красиве явище спостерігається при накладенні двох або декількох світлових пучків. Інтенсивність світла в області перекривання пучків має характер світлих і темних смуг, що чергуються, причому в максимумах інтенсивність більша, а в мінімумах менше суми інтенсивностей пучків. При використанні білого світла **інтерференційні смуги** виявляються забарвленими в різні кольори спектру. Перший експеримент по спостереженню інтерференції світла в лабораторних умовах належить І. Ньютону. Він спостерігав інтерференційну картину, що виникає при віддзеркаленні світла в тонкому повітряному прошарку між плоскою скляною пластиною і плоскоопуклою лінзою великого радіусу кривини (рис. 7.3). Інтерференція виникає при накладанні хвиль, що відбилися від двох сторін повітряного прошарку. Промені 1 і 2 – напрями розповсюдження відбитих хвиль;  $h$  – товщина повітряного прошарку. Інтерференційна картина мала вигляд концентричних кілець, що отримали назву **кілець Ньютона** (рис. 7.4, кільця Ньютона в зеленому і червоному світлі). Першим інтерференційним дослідом, що отримав пояснення на основі хвильової теорії світла, є **дослід Юнга** (1802 р.).

У досліді Юнга світло від джерела, яким була вузька щілина  $S$ , падало на екран з двома близько розташованими щілинами  $S_1$  і  $S_2$  (рис. 7.5). Проходячи крізь

кожну з щілин, світловий пучок розширювався внаслідок **дифракції**, тому на білому екрані  $E$  світлові пучки, що пройшли через щілини  $S_1$  і  $S_2$ , перекривалися.

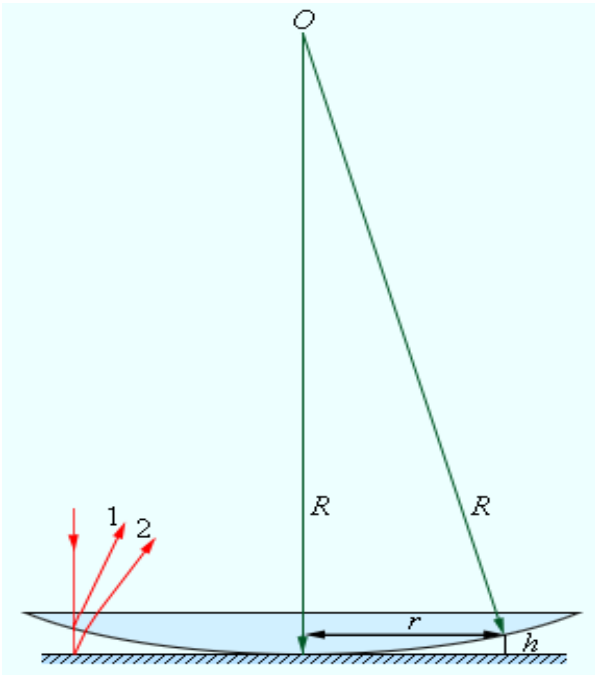


Рис. 7.3

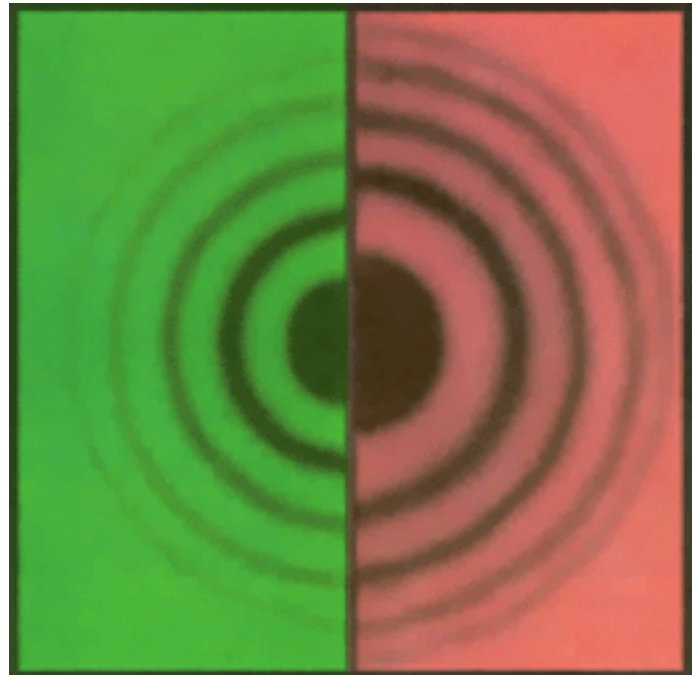


Рис. 7.4

В області перекриття світлових пучків спостерігалася інтерференційна картина у вигляді світлих і темних смуг, що чергуються.

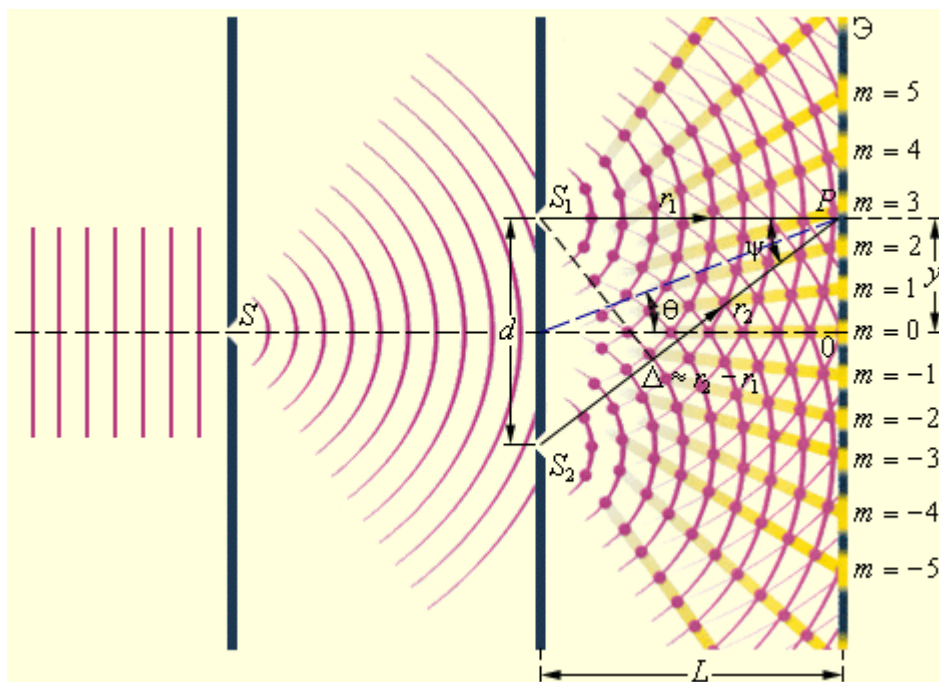


Рис. 7.5

Юнг був першим, хто зрозумів, що не можна спостерігати інтерференцію при накладанні хвиль від двох незалежних джерел. Тому в його досліді щілини  $S_1$  і  $S_2$ , які відповідно до принципу Гюйгенса можна розглядати як джерела вторинних

хвиль, освітлювались світлом від одного джерела  $S$ . При симетричному розташуванні щілин вторинні хвилі, що випускаються джерелами  $S_1$  і  $S_2$ , знаходяться у фазі, але ці хвилі проходять до точки спостереження  $P$  різні відстані  $r_1$  і  $r_2$ . Отже, фази коливань, що створюються хвилями від джерел  $S_1$  і  $S_2$  в точці  $P$ , взагалі кажучи, різні. Таким чином, завдання про інтерференцію хвиль зводиться до завдання про накладання коливань однієї і тієї ж частоти, але з різними фазами. Важливим є те, що різниця фаз хвиль повинна бути постійна в часі величина. Такі хвилі називаються когерентними. На рис.7.6 показано розподіл інтенсивності в інтерференційній картині. Ціле число  $m$  – порядок інтерференційного максимуму.

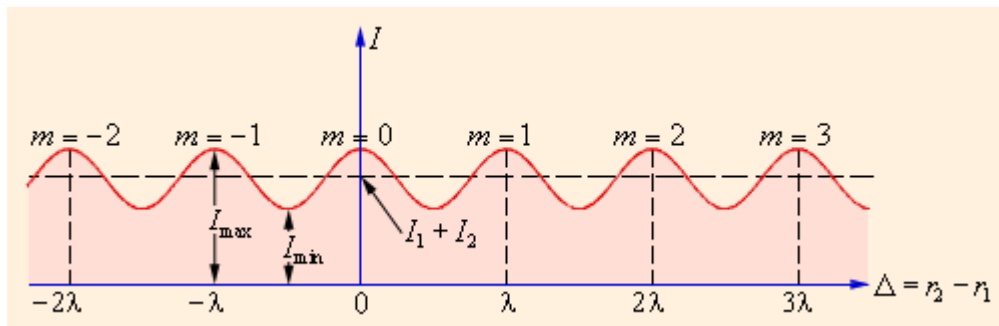
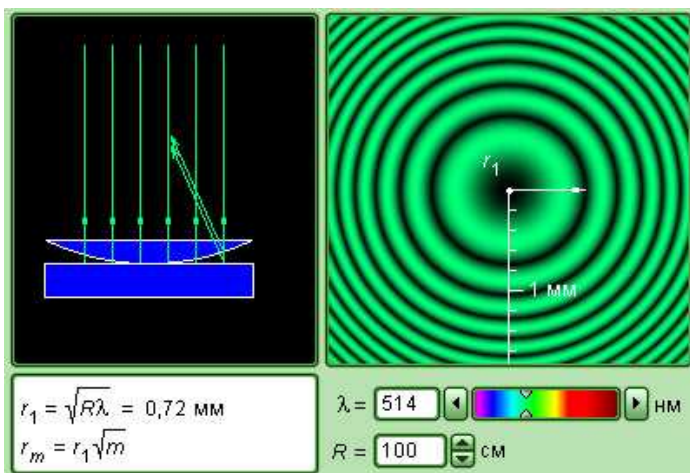
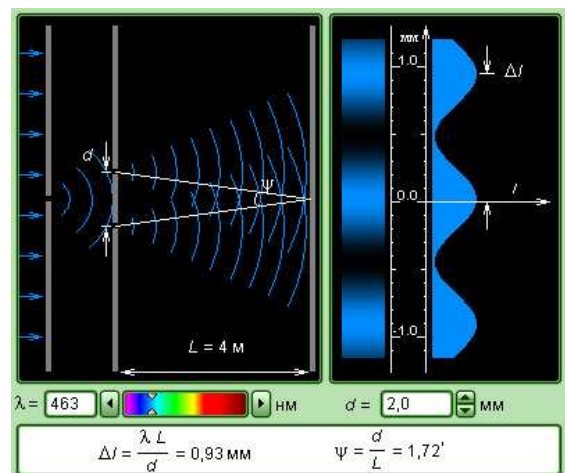


Рис. 7.6

Таким чином, інтерференція може виникнути тільки при накладанні когерентних коливань. Хвилі, що створюють в точці спостереження когерентні коливання, також називаються когерентними. Хвилі від двох незалежних джерел некогерентні і не можуть дати сталої інтерференційної картини. Т. Юнг інтуїтивно вгадав, що для отримання інтерференції світла потрібно хвилю від одного джерела розділити на дві когерентні хвилі і потім спостерігати на екрані результат їх накладання.



Модель. Кільця Ньютона



Модель. Інтерференційний дослід  
Юнга

### 7.3. ДИФРАКЦІЯ СВІТЛА

**Дифракцією світла** називається явище відхилення світла від прямолінійного напрямку розповсюдження при проходженні поблизу перешкод. Як показує дослід, світло за певних умов може заходити в область геометричної тіні. Якщо на шляху паралельного світлового пучка розташована кругла перешкода (круглий диск, кулька або круглий отвір в непрозорому екрані), то на екрані, розташованому на достатньо великій відстані від перешкоди, з'являється **дифракційна картина** – система світлих і темних кілець, що чергуються. Якщо перешкода має лінійний характер (щілина, нитка, край екрану), то на екрані виникає система паралельних дифракційних смуг.

Дифракційні явища були добре відомі ще в часи Ньютона, але пояснити їх на основі корпускулярної теорії світла виявилось неможливим. Перше якісне пояснення явища дифракції на основі хвильових уявлень було надано англійським вченим *Т. Юнгом*. Незалежно від нього в 1818 р. французький вчений *О. Френель* розвинув кількісну теорію дифракційних явищ. В основу теорії Френель поклав **принцип Гюйгенса**, для чого доповнив його ідеєю про інтерференцію вторинних хвиль. Принцип Гюйгенса в його первинному вигляді дозволяв знаходити тільки положення хвильових фронтів в подальші моменти часу, тобто визначати напрямок розповсюдження хвилі. По суті, це був принцип геометричної оптики. Гіпотезу Гюйгенса про **огинаючу** вторинних хвиль Френель замінив фізично ясним положенням, згідно якому вторинні хвилі, які приходять в точку спостереження, інтерферують одна з одною. Принцип **Гюйгенса – Френеля** також був певною гіпотезою, але подальший розвиток уявлень в цьому напрямку підтвердив її справедливість. В ряді практично важливих випадків вирішення дифракційних задач на основі цього принципу дає достатньо хороший результат. Рис. 7.7 ілюструє принцип Гюйгенса – Френеля.

Розглянемо як приклад просту дифракційну задачу про проходження плоскої монохроматичної хвилі від віддаленого джерела через невеликий круглий отвір радіусу  $R$  в непрозорому екрані (рис. 7.8).

Точка спостереження  $P$  знаходиться на осі симетрії на відстані  $L$  від екрану. Відповідно до принципу Гюйгенса – Френеля хвильову поверхню, що співпадає з площиною отвору, слід уявити зіставленою з вторинних джерел, хвилі від яких досягають точки  $P$ . В результаті інтерференції вторинних хвиль

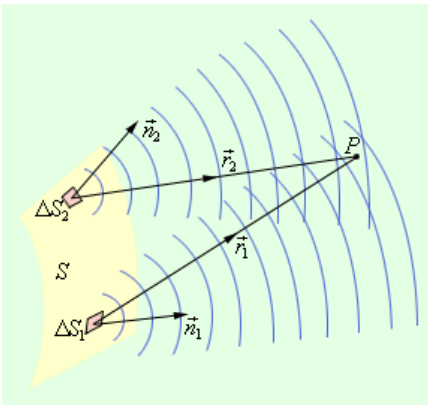


Рис. 7.7

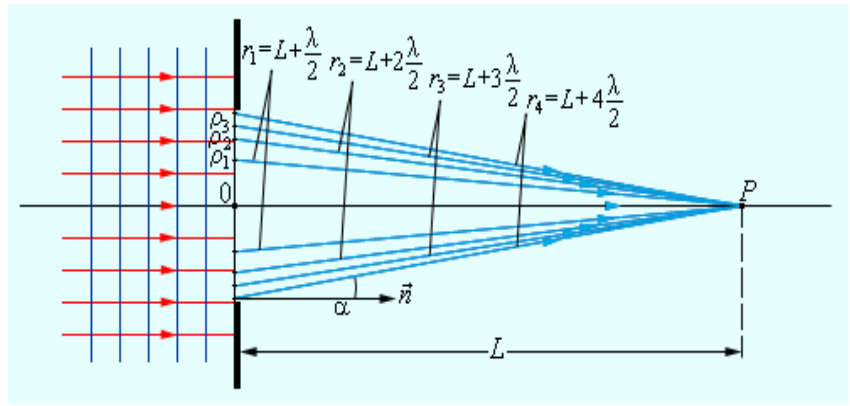


Рис. 7.8

в точці  $P$  виникає деяке результуюче коливання, квадрат амплітуди якого (інтенсивність) потрібно визначити при заданих значеннях довжини хвилі  $\lambda$ , амплітуди  $A_0$  падаючої хвилі і геометрії задачі. Для полегшення розрахунку Френель запропонував розбити хвильову поверхню падаючої хвилі в місці розташування перешкоди на кільцеві зони (**зони Френеля**) за наступним правилом: відстань від меж сусідніх зон до точки  $P$  повинні відрізняється на половину довжини хвилі, тобто:

$$r_1 = L + \frac{\lambda}{2}; r_2 = L + 2\frac{\lambda}{2}; r_3 = L + 3\frac{\lambda}{2} \dots$$

Якщо дивитися на хвильову поверхню з точки  $P$ , то межі зон Френеля будуть концентричними колами (рис.7.9).

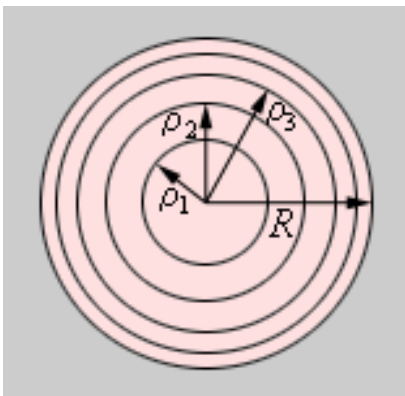


Рис. 7.9

З рис.7.8 легко знайти радіуси  $\rho_m$  зони Френеля:

$$\rho_m = \sqrt{r_m^2 - L^2} = \sqrt{m\lambda L + m^2 \frac{\lambda^2}{4}} \approx \sqrt{m\lambda L}.$$

При виконанні умови  $\lambda \ll L$ , другим членом під коренем можна знехтувати. Кількість зон Френеля, що укладаються на отворі, визначається його радіусом  $R$ :

$$m = \frac{R^2}{L\lambda}.$$

Френель висловив припущення (підтверджене експериментом), що зі збільшенням кута  $\alpha$  амплітуда коливань зменшується, але зменшення це не є дуже значним:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_l$$

де  $A_m$  – амплітуда коливань, які викликаються зоною за номером  $m$ .

Оскільки відстані від двох сусідніх зон до точки спостереження відрізняються на  $\lambda/2$ , то, коливання, що приходять в точку спостереження від сусідніх зон, приходять в протифазі.. Тому хвилі від будь-яких двох сусідніх зон майже гасять одна одну. Сумарна амплітуда в точці спостереження є:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots = A_1 - (A_2 - A_3) - (A_4 - A_5) - \dots < A_1$$

Таким чином, сумарна амплітуда коливань в точці  $P$  завжди менше амплітуди коливань, яку б викликала одна перша зона Френеля. Зокрема, якби були відкриті всі зони Френеля, то до точки спостереження дійшла б незбурена перешкодою хвиля з амплітудою  $A_0$ . В цьому випадку можна записати:

$$A = A_0 = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2},$$

оскільки вирази, що стоять в дужках, дорівнюють нулю. Отже, дія (амплітуда), викликана всім хвильовим фронтом, дорівнює половині дії однієї першої зони.

Отже, якщо отвір в непрозорому екрані залишає відкритою тільки одну зону Френеля, то амплітуда коливань в точці спостереження зростає у 2 рази (а інтенсивність – у 4 рази) в порівнянні з дією незбуреної хвилі. Якщо відкрити дві зони, то амплітуда коливань звертається в нуль.

$$m = \frac{R^2}{L\lambda} \gg 1 \Rightarrow R^2 \gg L\lambda$$

Ця сильна нерівність визначає **межу застосовності геометричної оптики**. Вузкий пучок світла, який в геометричній оптиці називається променем, може бути сформований тільки при виконанні цієї умови. Таким чином, **геометрична оптика є граничним випадком хвильової оптики**.

Вище був розглянутий випадок дифракції світла від віддаленого джерела на перешкодах круглої форми. Якщо точкове джерело світла знаходиться на кінцевій відстані, то на перешкоду падає сферична хвиля. В цьому випадку геометрія задачі декілька ускладнюється, оскільки тепер зони Френеля потрібно будувати не на плоскій, а на сферичній поверхні (рис. 7.10). Розрахунок приводить до наступного виразу для радіуса  $\rho_m$  зони Френеля на сферичному фронті хвилі:

$$\rho_m = \sqrt{m \frac{ab}{a+b}} \lambda.$$



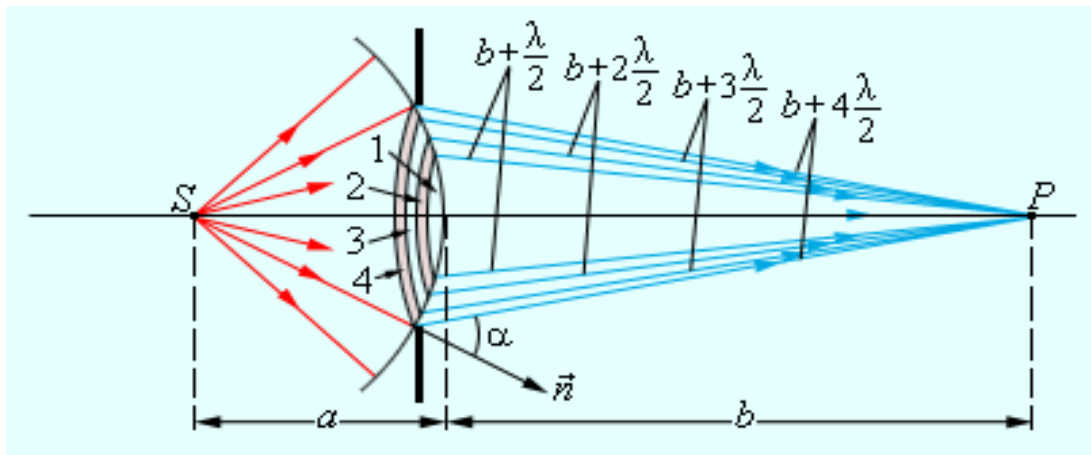
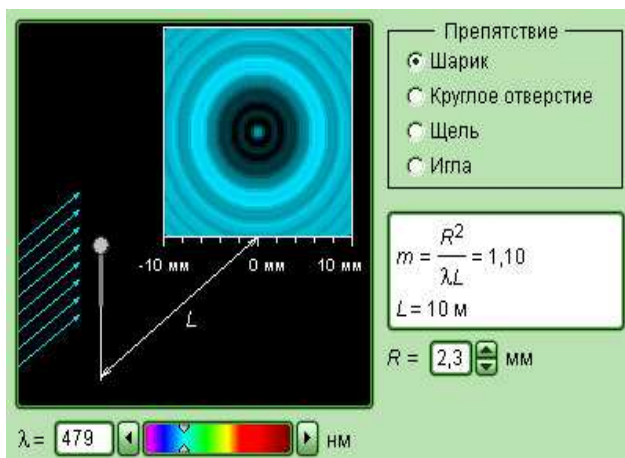
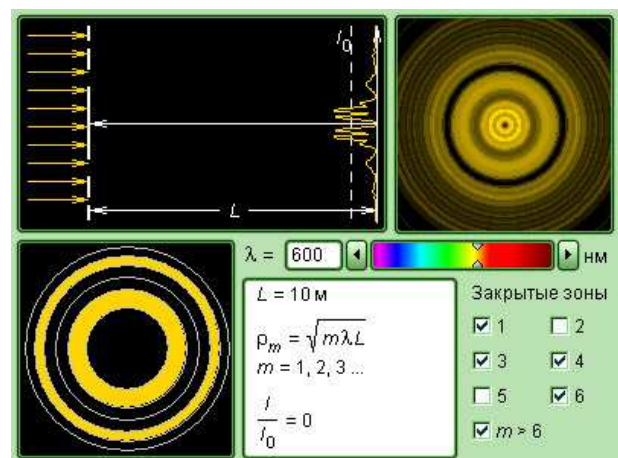


Рис. 7.10



Модель. Дифракція світла



Модель. Зони Френеля

### Спектральні прилади. Дифракційні ґратки

До складу видимого світла входять монохроматичні хвилі з різними значеннями довжин хвиль. У випромінюванні нагрітих тіл (нитка лампи розжарювання) довжини хвиль безперервно заповнюють весь діапазон видимого світла. Таке випромінювання називається **білим світлом**. Світло, що випускається, наприклад, газорозрядними лампами і багатьма іншими джерелами, містить в своєму складі окремі монохроматичні складові з деякими виділеними значеннями довжин хвиль. Сукупність монохроматичних компонент у випромінюванні називається **спектром**. Біле світло має **безперервний спектр**, а випромінювання джерел, в яких світло випускається атомами речовини, має **дискретний спектр**. Прилади, за допомогою яких досліджуються спектри випромінювання джерел, називаються **спектральними приладами**.

Для розкладання випромінювання в спектр в простому спектральному приладі використовується призма (рис. 7.11). Дія призми заснована на явищі

**дисперсії**, тобто залежності показника заломлення  $n$  речовини від довжини хвилі світла  $\lambda$ .

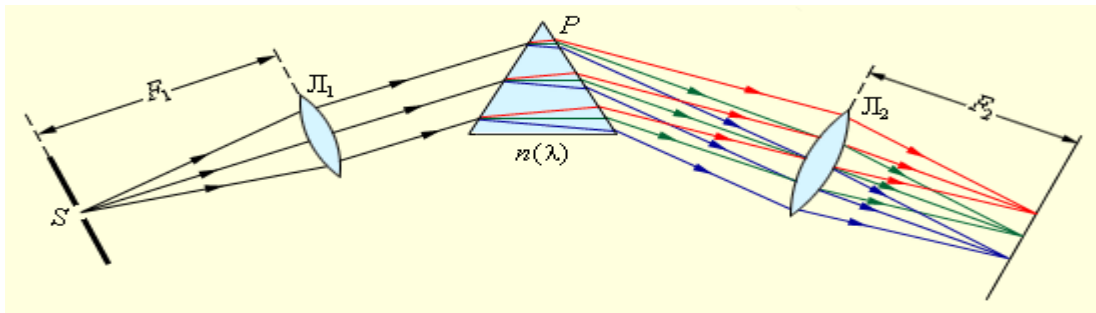


Рис. 7.11

Перший дослід по розкладанню білого світла в спектр був здійснений **І. Ньютоном** (1672р.).

В спектральних приладах високого класу замість призм застосовуються **дифракційні ґратки**.

Ґратками є періодичні структури, вигравійовані спеціальною ділильною машиною на поверхні скляної або металевої пластинки (рис. 7.12). У хороших ґраток паралельні один одному штрихи мають довжину порядку 10 см, а на кожному міліметрі міститься до 2000 штрихів. При цьому загальна довжина ґратки досягає 10–15см. Виготовлення таких ґраток вимагає застосування найвищих технологій. На практиці застосовуються також і грубіші ґратки з 50- 100 штрихами на міліметр, нанесеними на поверхню прозорої плівки. Як дифракційні ґрати може бути використаний шматочок компакт-диска або навіть уламок грамофонної платівки.

Прості дифракційні ґратки складаються з прозорих ділянок (щілин), розділених непрозорими проміжками. На ґратку за допомогою коліматора прямує паралельний пучок досліджуваного світла. Спостереження ведеться у фокальній площині лінзи, встановленої за ґраткою (рис. 7.13).

У кожній точці  $P$  на екрані у фокальній площині лінзи зберуться промені, які до лінзи були паралельні між собою і розповсюджувалися під певним кутом  $\theta$  до напрямку падаючої хвилі. Колювання в точці  $P$  є результатом інтерференції вторинних хвиль, що приходять в цю точку від різних щілин. Для того, щоб в точці  $P$  спостерігався інтерференційний максимум, різниця ходу  $\Delta$  між хвилями, що йдуть від сусідніх щілин, повинна дорівнювати цілому числу довжин хвиль:

$$d \sin \theta_m = m\lambda; (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$



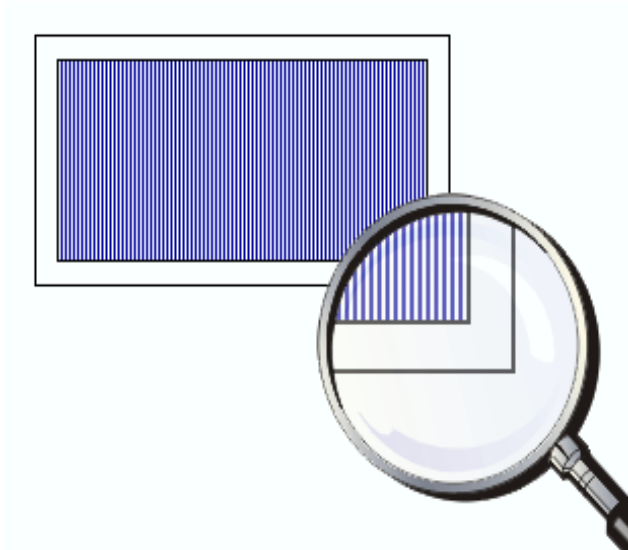


Рис. 7.12

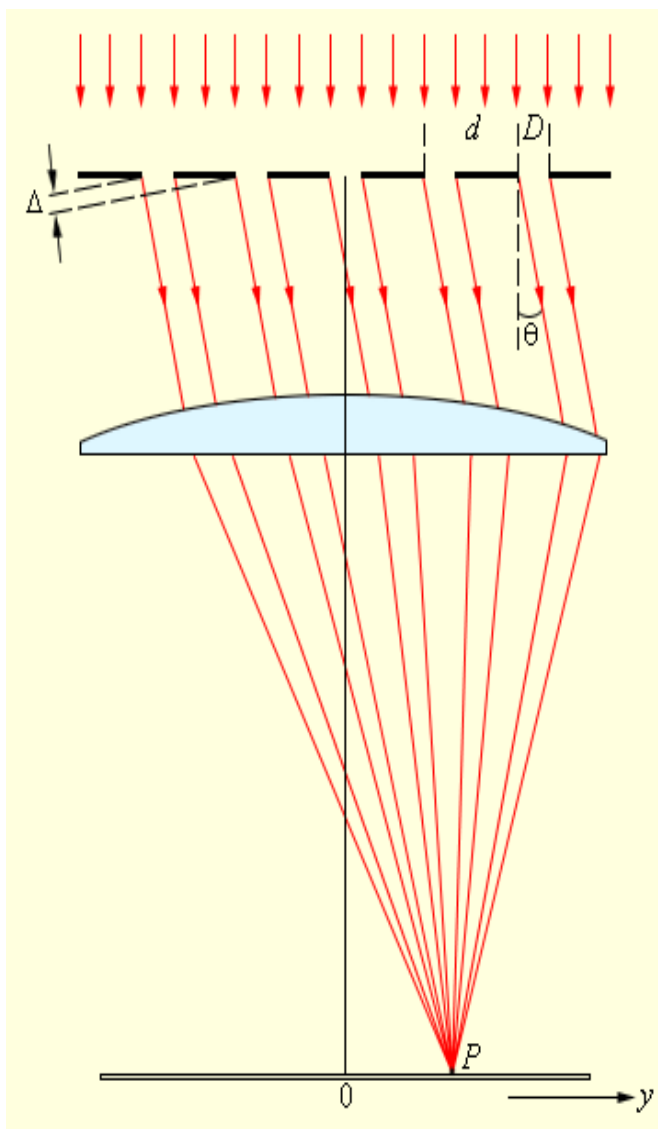


Рис. 7.13

Тут  $d$  – період ґратки,  $m$  – ціле число, яке називається **порядком дифракційного максимуму**. У тих точках екрану, для яких ця умова виконана, розташовуються так звані **головні максимуми** дифракційної картини. Тут  $d$  – період ґратки,  $m$  – ціле число, яке називається **порядком дифракційного максимуму**. У тих точках екрану, для яких ця умова виконана, розташовуються так звані **головні максимуми** дифракційної картини.

Рис.7.14 дає уявлення про те, як міняється гострота головних максимумів при збільшенні числа щілин ґратки.  $I_0$  – інтенсивність коливань при дифракції світла на одній щілині.

Внаслідок формули для дифракційних ґраток, положення головних максимумів (окрім нульового) залежить від довжини хвилі  $\lambda$ . Тому ґратки здатні розкласти випромінювання в спектр, тобто вони є **спектральними приладами**.

Якщо на ґратку падає немонохроматичне випромінювання, то в кожному порядку дифракції (тобто при кожному значенні  $m$ ) виникає спектр досліджуваного випромінювання, причому фіолетова частина спектру розташовується ближче до максимуму нульового порядку.

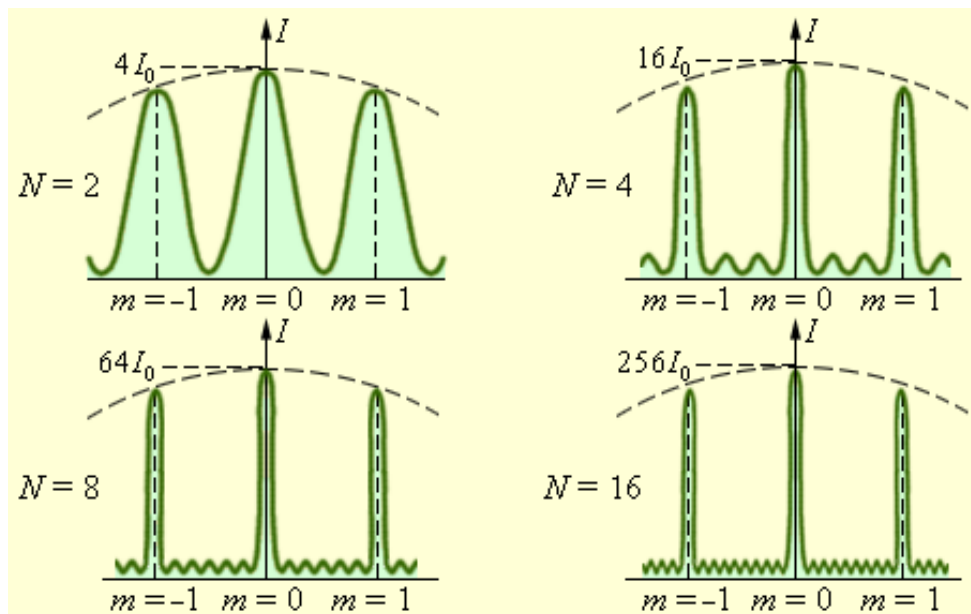
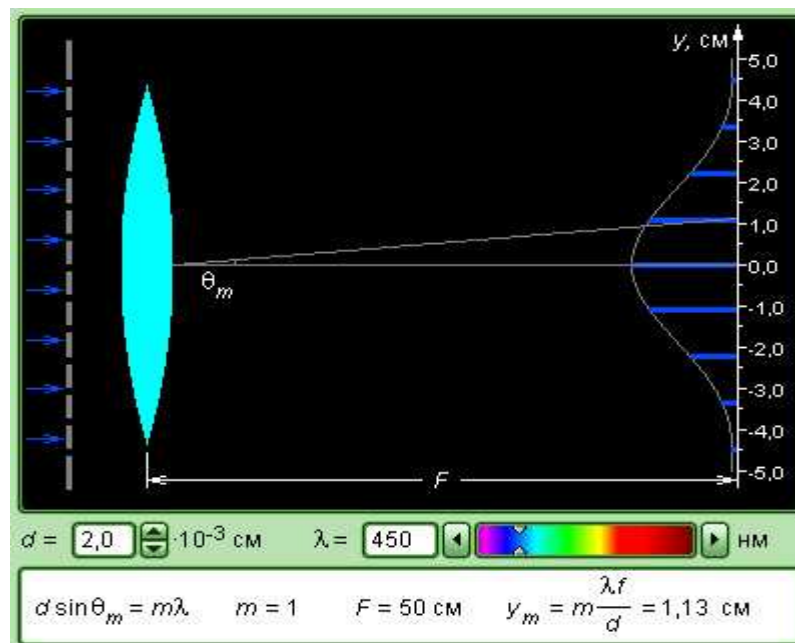


Рис. 7.14



Модель. Дифракційна ґратка

## 7.4. ПОЛЯРИЗАЦІЯ СВІТЛА

На початку XIX століття, коли Т.Юнг і О.Френель розвивали хвильову теорію світла, природа світлових хвиль була невідома. На першому етапі передбачалося, що світло є подовжніми хвилями, які розповсюджуються в деякому гіпотетичному середовищі – **ефірі**. При вивченні явищ інтерференції і дифракції питання про те, чи є світлові хвилі подовжніми або поперечними, мало другорядне значення. У той час здавалося неймовірним, що світло – це

поперечні хвилі, оскільки по аналогії з механічними хвилями довелося б припускати, що ефір – це тверде тіло (поперечні механічні хвилі не можуть розповсюджуватися в газоподібному або рідкому середовищі).

Проте, поступово накопичувалися експериментальні факти, що свідчили на користь поперечності світлових хвиль. В електромагнітній хвилі вектори  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$  перпендикулярні один до одного і лежать в площині, перпендикулярній напрямку розповсюдження хвилі. У всіх процесах взаємодії світла з речовиною основну роль грає електричний вектор  $\vec{E}$ , тому його називають **світловим вектором**. Якщо при розповсюдженні електромагнітної хвилі світловий вектор зберігає свою орієнтацію, таку хвилю називають лінійно **поляризованою** або **плоско поляризованою**.

Площина, в якій коливається світловий вектор  $\vec{E}$ , називається **площиною коливань**, а площина, в якій здійснює коливання магнітний вектор  $\vec{B}$ , – **площиною поляризації**.

Світло, у якому напрямки коливань векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$  швидко і безладно змінюють один одного називається **неполяризованим** або **природним**. Світло, у якому напрямки коливань векторів  $\vec{E}$  і  $\vec{B}$  будь-яким чином упорядковані, називається **поляризованим** або **частково поляризованим**. При цьому інтенсивність світла, яке пройшло крізь прилад, що зветься **поляризатором**, змінюється від  $I_{\min}$  до  $I_{\max}$  при обертанні поляризатора на прямий кут навколо осі, що збігається з напрямком розповсюдження світла.

Ступінь поляризації визначається наступним виразом:  $P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$

Для природного світла  $I_{\min} = I_{\max}$ , і  $P = 0$ , для плоско поляризованого світла  $I_{\min} = 0$ , і  $P = 1$ .

У 1809 році французький інженер Е.Малюс відкрив закон, названий його ім'ям. У досліджах Малюса плоско поляризоване світло послідовно пропускалося крізь дві однакові пластинки з турмаліну (прозора кристалічна речовина зеленуватого забарвлення), які виявилися поляризаторами. Пластинки можна було повертати одну відносно одної на будь-який кут  $\varphi$  (рис.7.15).

Інтенсивність світла, яке пройшло крізь обидва поляризатори, виявилася прямо пропорційною  $\cos^2 \varphi$ :

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

де  $I_0$  - інтенсивність світла, що пройшло крізь перший поляризатор. Воно виявилось плоско поляризованим, а кут виявився кутом між так званими **площинами поляризації**, які існують для кожного поляризатора. Поляризатор пропускає тільки світло, в якому коливання вектора  $\vec{E}$  відбуваються в площині поляризатора, і не пропускає, якщо коливання вектора  $\vec{E}$  відбуваються в перпендикулярному напрямку.

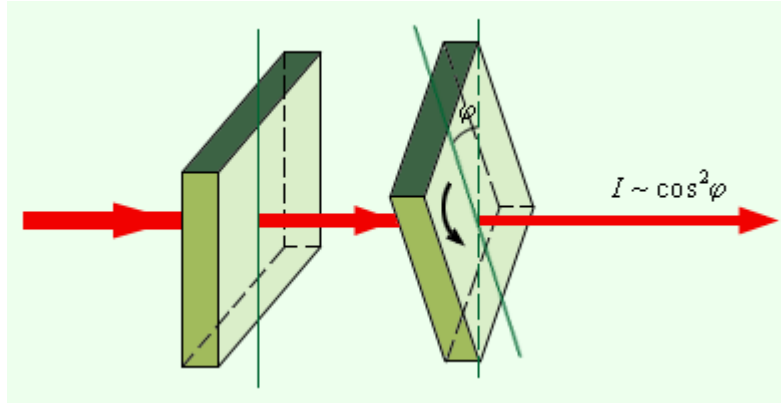


Рис. 7.15

Світло, що випускається звичайними джерелами (наприклад, сонячне світло, випромінювання ламп розжарювання і т. ін.), є **неполяризованим**.

Розглянемо проходження природнього світла послідовно крізь два ідеальні поляроїди  $\Pi_1$  і  $\Pi_2$  (рис. 7.16), дозволених напрямки яких повернені один відносно одного на деякий кут  $\varphi$ . Перший поляроїд грає роль поляризатора. Він перетворює природнє світло на лінійно **поляризоване** світло. Другий поляроїд застосовується для аналізу падаючого на нього світла.  $yy'$  – дозволених напрямки поляроїдів.

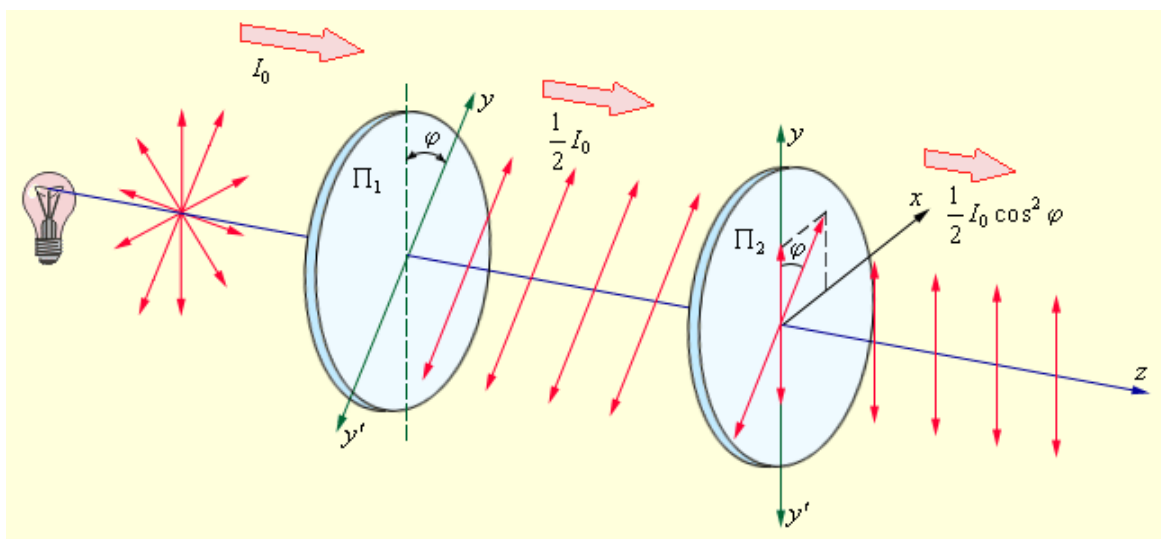


Рис. 7.16

Амплітуда природнього світлового вектора, що пройшов через перший поляроїд, дорівнює

$$E_0 = \sqrt{\frac{I_0}{2}}.$$

Хвиля, пропущена другим поляроїдом, матиме амплітуду  $E = E_0 \cos \varphi$ . Отже, інтенсивність  $I$  лінійно поляризованої хвилі на виході з другого поляроїда дорівнює:

$$I = E^2 = E_0^2 \cos^2 \varphi = \frac{1}{2} I_0 \cos^2 \varphi.$$

Ще в кінці XVII століття було виявлено, що кристал ісландського шпату ( $\text{CaCO}_3$ ) роздвоює промені, що проходять через нього. Це явище отримало назву **подвійного променезаломлення** (рис.7.17). Якщо кристал повертати відносно напрямку первинного променя, то повертаються обидва промені, що пройшли крізь кристал. Один з них називають звичайним, тому що він підкоряється звичайному закону заломлення. Другий – незвичайним, тому що він не підкоряється цьому закону.

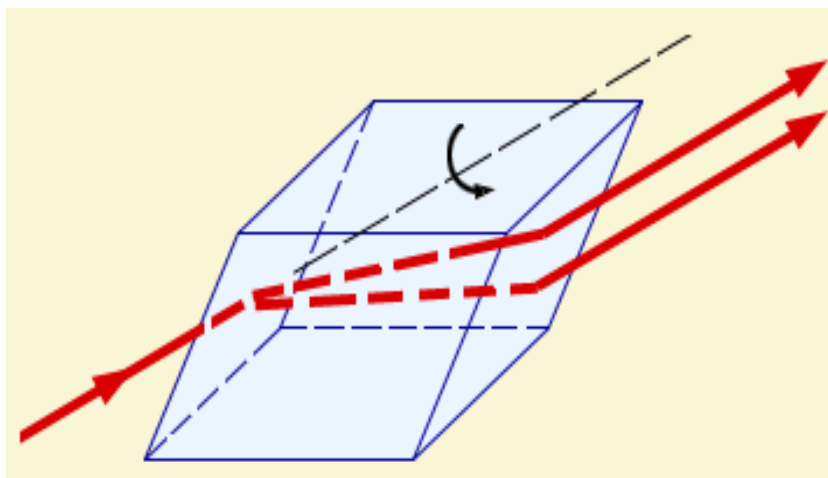
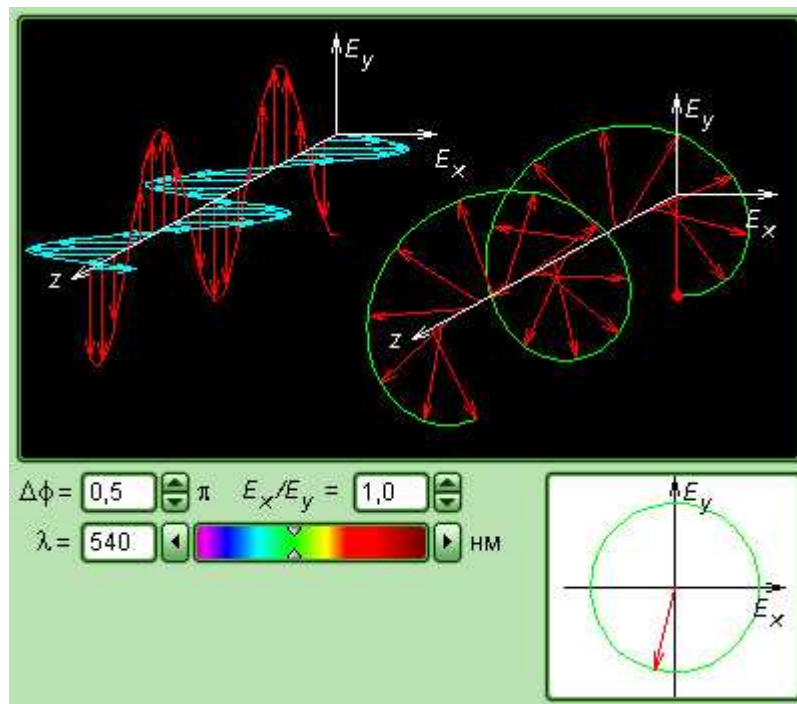


Рис. 7.17

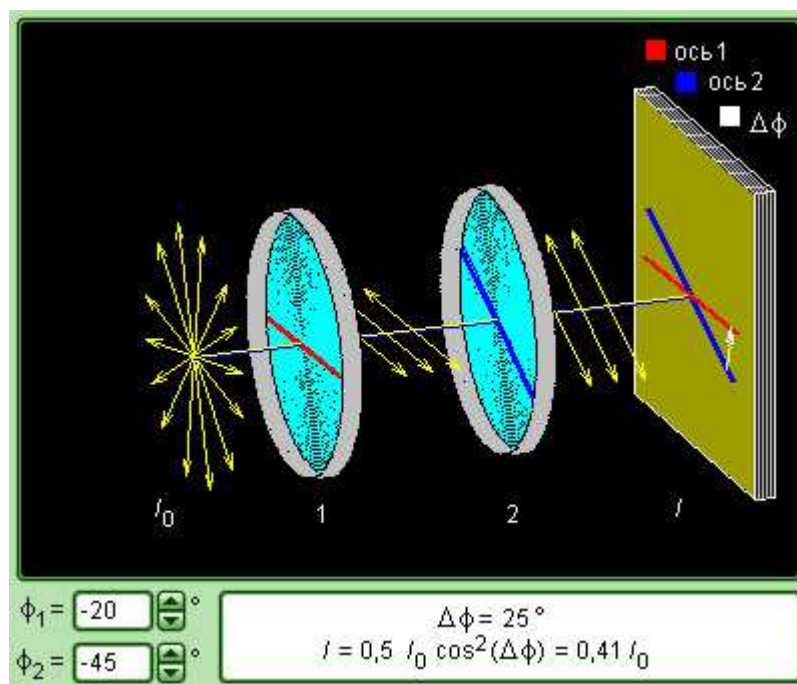
При падінні природнього світла на межу двох прозорих діелектриків відбувається ще один випадок поляризації. Відбитий і заломлений промені виявляються поляризованими. Ступінь поляризації залежить від кута падіння. Максимальні ступені часткової поляризації заломленого променя ( $P < 1$ ) і відбитого променя ( $P_{\max} = 1$ ) будуть при куті падіння  $\varphi_B$ , що задовільняє умові:

$$\operatorname{tg} \varphi_B = n_{12}.$$

Це співвідношення носить назву **закона Брюстера**, а кут  $\varphi_B$  називається **кутом Брюстера**.  $n_{12}$  - відносний показник заломлення двох середовищ, на межі яких відбувається заломлення та відбиття променів.



Модель. Поляризація світла



Модель. Закон Малюса

## 8. КВАНТОВА ФІЗИКА

У грудні 2000 року світова наукова громадськість відзначала сторічний ювілей виникнення нової науки – **квантової фізики** і відкриття нової фундаментальної фізичної константи – **сталой Планка**. Заслуга в цьому належить видатному німецькому фізику **Максу Планку**. Йому вдалося вирішити проблему спектрального розподілу світла, що випромінюється нагрітими тілами, перед якою класична фізика виявилася безсилою. Планк першим висловив гіпотезу про квантування енергії осцилятора (коливальної системи), несумісну з принципами класичної фізики. Саме ця гіпотеза, розвинена згодом працями багатьох видатних фізиків, дала поштовх процесу перегляду і ломки старих понять, який завершився створенням квантової фізики.

### 8.1. ТЕПЛОВЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ ТІЛ

Світло, що випускається джерелом, відносить з собою енергію. Існує багато різних механізмів підведення енергії до джерела світла. У тих випадках, коли необхідна енергія надається нагріванням, тобто підведенням тепла, випромінювання називається **тепловим** або **температурним**. Цей вид випромінювання для фізиків кінця XIX століття представляв особливий інтерес, оскільки на відміну від всіх інших видів випромінювання (наприклад, люмінесценції), теплове випромінювання може знаходитися в стані термодинамічної рівноваги з нагрітими тілами.

Вивчаючи закономірності теплового випромінювання тіл, фізики сподівалися встановити взаємозв'язок між термодинамікою і оптикою.

Якщо в замкнену порожнину із стінками, які дзеркально відбивають, помістити декілька тіл, нагрітих до різної температури, то, як показує досвід, така система з часом приходить в стан теплової рівноваги, при якій всі тіла набувають однакової температури. Тіла обмінюються енергією тільки шляхом випромінювання і поглинання променистої енергії. В стані рівноваги процеси випромінювання і поглинання енергії кожним тілом в середньому компенсують одне одне, і в просторі між тілами щільність енергії випромінювання досягає певного значення, залежного тільки від сталої температури тіл. Це випромінювання, що знаходиться в термодинамічній рівновазі з тілами, що мають певну температуру, називається



**рівноважним** або **чорним випромінюванням**. Щільність енергії рівноважного випромінювання і його спектральний склад залежать тільки від температури.

Якщо через малий отвір зазирнути всередину порожнини, в якій встановилася термодинамічна рівновага між випромінюванням і нагрітими тілами, то око не розрізнить контурів тіл і зафіксує лише однорідне свічення всієї порожнини в цілому.

Якщо одне з тіл в порожнині має властивість поглинати всю падаючу на його поверхню променисту енергію будь-якого спектрального складу, то таке тіло називають **абсолютно чорним**. При заданій температурі власне теплове випромінювання абсолютно чорного тіла, що знаходиться в стані теплової рівноваги з випромінюванням, повинне мати той же спектральний склад, що і оточуюче це тіло рівноважне випромінювання. Інакше рівновага між абсолютно чорним тілом і що оточуючим його випромінюванням не могло б встановитися. Тому завдання зводиться до вивчення спектрального складу випромінювання абсолютно чорного тіла. Вирішити цю задачу класична фізика виявилася неспроможною.

Для встановлення рівноваги в порожнині необхідно, щоб кожне тіло випускало рівно стільки променистої енергії, скільки воно поглинає. Це одна з найважливіших закономірностей теплового випромінювання. Звідси витікає, що при заданій температурі абсолютно чорне тіло випускає з поверхні одиничної площі в одиницю часу більше променистої енергії, чим будь-яке інше тіло.

Абсолютно чорних тіл в природі не буває. Досить гарною моделлю такого тіла є невеликий отвір в замкненій порожнині. Світло, падаюче через отвір всередину порожнини, після численних відбиттів від внутрішніх стінок порожнини буде практично повністю поглинене стінками, і зовні отвір здаватиметься абсолютно чорним. Але якщо порожнина нагріта до деякої температури  $T$ , і усередині встановилася тепла рівновага, то власне випромінювання порожнини, що виходить крізь отвір, буде випромінюванням абсолютно чорного тіла. Саме таким чином у всіх експериментах по дослідженню теплового випромінювання моделюється абсолютно чорне тіло.

Із збільшенням температури всередині порожнини зростатиме енергія випромінювання, що виходить з отвору, і буде змінюватися його спектральний склад.

Розподіл енергії по довжинах хвиль у випромінюванні абсолютно чорного тіла при заданій температурі  $T$  характеризується **випромінювальною**



**здатністю**  $r(\lambda, T)$ , яка дорівнює потужності випромінювання з одиниці поверхні тіла в одиничному інтервалі довжин хвиль. Добуток  $r(\lambda, T) \cdot \Delta\lambda$  дорівнює потужності випромінювання, яка випускається одиничною ділянкою поверхні по всіх напрямках в інтервалі довжин хвиль  $\Delta\lambda$ . Аналогічно можна ввести розподіл енергії по частотах  $r(\nu, T)$ . Функцію  $r(\lambda, T)$  (або  $r(\nu, T)$ ) часто називають **спектральною світністю**, а повний потік  $R(T)$  випромінювання всіх довжин хвиль, що дорівнює

$$R(T) = \int_0^{\infty} r(\lambda, T) d\lambda = \int_0^{\infty} r(\nu, T) d\nu$$

називають **інтегральною світністю** тіла.

У 1879 році Йозеф Стефан на основі аналізу експериментальних даних прийшов до висновку, що **інтегральна світність  $R(T)$  абсолютно чорного тіла пропорційна четвертому ступеню абсолютної температури  $T$**

$$R(T) = \sigma T^4$$

Дещо пізніше, в 1884 році *Л. Больцман* вивів цю залежність теоретично, виходячи з термодинамічних міркувань. Цей закон отримав назву **закону Стефана – Больцмана**. Числове значення сталої величини  $\sigma$ , за сучасними вимірюваннями, складає:

$$\sigma = 5.671 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} / \text{м}^2 \cdot \text{К}^4$$

До кінця 90-х років XIX століття були виконані ретельні експериментальні вимірювання спектрального розподілу випромінювання абсолютно чорного тіла, які показали, що при кожному значенні температури  $T$  залежність  $r(\lambda, T)$  має яскраво виражений максимум (рис. 8.1). При збільшенні температури максимум зміщується в область коротких довжин хвиль, причому добуток температури  $T$  на довжину хвилі  $\lambda_m$ , відповідну максимуму, залишається постійним:

$$\lambda_m T = b \quad \text{або} \quad \lambda_m = \frac{b}{T}$$

Це співвідношення раніше було отримане Віном з термодинаміки. Воно виражає так званий **закон зміщення Віна: довжина хвилі  $\lambda_m$ , на яку припадає максимум енергії випромінювання абсолютно чорного тіла, обернено пропорційна абсолютній температурі  $T$** . Значення сталої Віна:

$$b = 2.898 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}.$$

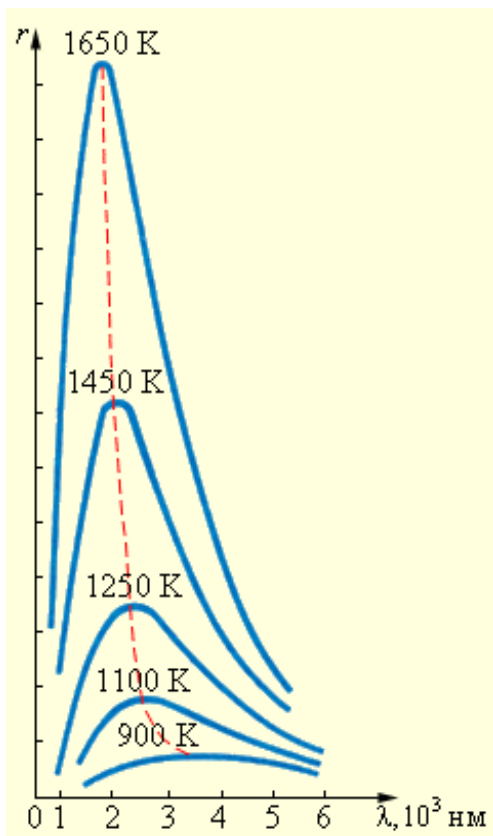


Рис. 8.1

При практично досяжних в лабораторних умовах температурах максимум випромінювальної здатності  $r(\lambda, T)$  лежить в інфрачервоній області. Тільки при  $T \geq 5 \cdot 10^3 \text{ K}$  максимум потрапляє у видиму область спектру. Максимум енергії випромінювання Сонця доводиться приблизно на  $550 \text{ нм}$  (зелена область спектру), що відповідає температурі зовнішніх шарів Сонця (близько  $6200 \text{ K}$ , якщо розглядати Сонце як абсолютно чорне тіло).

Процеси випромінювання і поглинання електромагнітної енергії нагрітим тілом відбуваються не безперервно, як це вважали в класичній фізиці, а кінцевими порціями – **квантами**. Квант – це мінімальна порція енергії, що випромінюється або поглинається тілом. За

теорією Планка, енергія кванта  $\varepsilon$  прямо пропорційна частоті світла  $\nu$ :

$$\varepsilon = h\nu,$$

де  $h$  – так звана **стала Планка**:  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$ .

На основі гіпотези про дискретний характер процесів випромінювання і поглинання тілами електромагнітного випромінювання Планк отримав формулу для спектральної світності абсолютно чорного тіла. Формулу Планка зручно записувати у формі, що визначає розподіл енергії в спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла за частотами  $\nu$ , а не за довжинами хвиль  $\lambda$ :

$$r(\nu, T) = \frac{2\pi\nu^2}{c^2} \cdot \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}.$$

Тут  $c$  – швидкість світла,  $h$  – стала Планка,  $k$  – стала Больцмана,  $T$  – абсолютна температура.

## 8.2. ГІПОТЕЗА ДЕ БРОЙЛЯ. КОРПУСКУЛЯРНО-ХВИЛЬОВИЙ ДУАЛІЗМ ВЛАСТИВОСТЕЙ РЕЧОВИНИ

Запропонована Бором квантова теорія атома, в основі якої полягала ідея дискретності, була значним кроком у розвитку атомної фізики, однак мала цілий

ряд внутрішніх протиріч. В зв'язку з цим необхідно було переглянути уявлення про природу елементарних частинок (електронів, протонів і т. ін.). У 1924 р. французький вчений Луї де Бройль висунув гіпотезу про те, що частинки речовини поряд з корпускулярними властивостями мають також і хвильові, тобто частинкам, як і світлу, притаманний корпускулярно-хвильовий дуалізм.

Як відомо, фотон має квант енергії  $E = h\nu$ , імпульс  $p = \frac{h}{\lambda}$  і масу  $m = \frac{h\nu}{\lambda}$ .

За де Бройлем, між корпускулярними і хвильовими характеристиками електрона існує такий самий зв'язок, як і між відповідними характеристиками фотона. Інакше кажучи, рух електрона з швидкістю  $V$  пов'язаний з деяким хвильовим процесом, довжина хвилі якого визначається рівнянням:

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

де імпульс  $p = mv$ . Це є формула де Бройля.

Якщо частинка має кінетичну енергію  $E_k$ , то можна виразити її імпульс через кінетичну енергію за формулою  $p = \sqrt{2mE_k}$  і записати формулу де Бройля у вигляді:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}.$$

### 8.3.ФОТОЕЛЕКТРИЧНИЙ ЕФЕКТ

**Фотоелектричний ефект** був відкритий в 1887 році німецьким фізиком **Г. Герцем** і в 1888 – 1890 роках експериментально досліджений О.Р.Столетовим. Якнайповніше дослідження явища фотоефекту було виконано Ф. Ленардом в 1900 р. До цього часу вже був відкритий електрон (1897 р., **Дж. Томсон**), і стало ясно, що фотоефект (або точніше – зовнішній фотоефект) полягає у вириванні електронів з речовини під дією падаючого на нього світла.

В експериментах використовувався скляний вакуумний балон з двома металевими електродами, поверхня яких була ретельно очищена (рис. 8.2). До електродів прикладалася деяка напруга  $U$ , полярність якої можна було змінювати за допомогою подвійного ключа. Один з електродів (катод К) через кварцове віконце освітлювався монохроматичним світлом деякої довжини хвилі  $\lambda$ . При

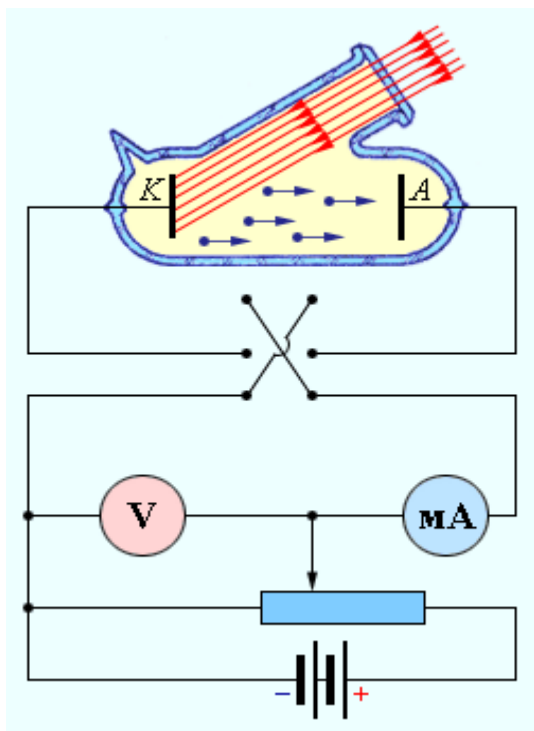


Рис. 8.2

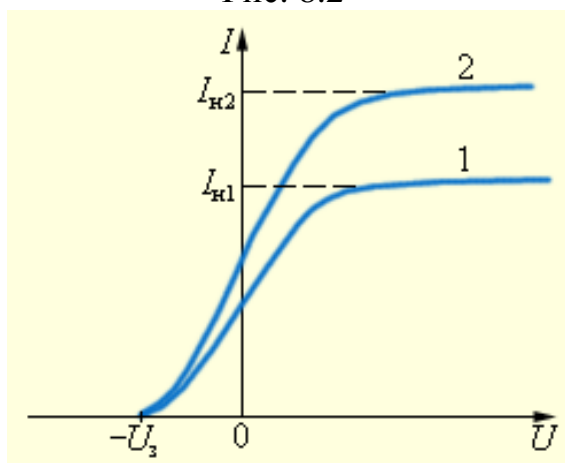
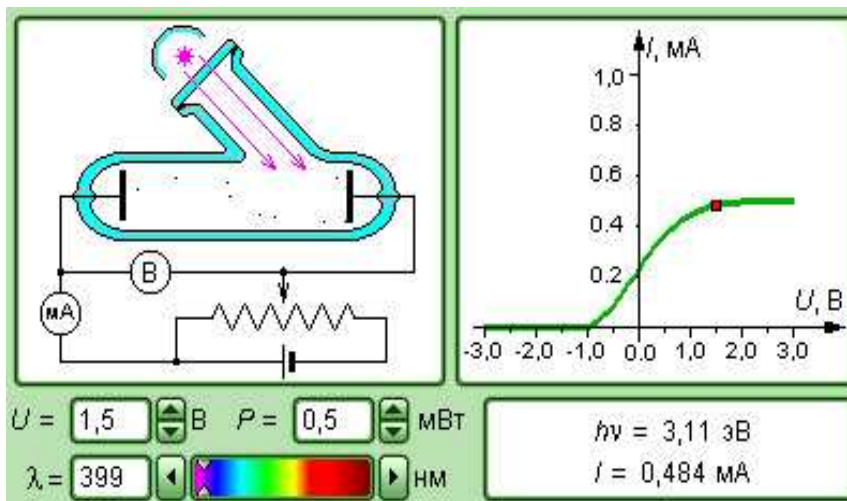


Рис. 8.3



Модель. Фотоефект

незмінному світловому потоці знімалася залежність сили фотоструму  $I$  від прикладеної напруги. На рис. 8.3 зображені типові криві такої залежності, отримані при двох значеннях інтенсивності світлового потоку, падаючого на катод. Крива 2 відповідає більшій інтенсивності світлового потоку.  $I_{H1}$  і  $I_{H2}$  – струми насичення,  $U_3$  – замикаючий потенціал.

Криві показують, що при достатньо великій позитивній напрузі на аноді  $A$  фотострум досягає насичення, оскільки всі електрони, вирвані світлом з катода, досягають анода. Ретельні вимірювання показали, що струм насичення  $I_H$  прямо пропорційний інтенсивності падаючого світла. Коли напруга на аноді негативна, електричне поле між катодом і анодом гальмує електрони. Анода можуть досягти тільки ті електрони, кінетична енергія яких перевищує  $|eU|$ . Якщо напруга на аноді менша, ніж  $-U_3$ , фотострум припиняється. Вимірюючи  $U_3$ , можна визначити максимальну кінетичну енергію фотоелектронів:  $\left(\frac{mv^2}{2}\right)_{\max} = eU_3$ .

Численними експериментаторами були встановлені наступні основні закономірності фотоефекту:

1. Максимальна кінетична енергія фотоелектронів лінійно зростає зі збільшенням частоти світла  $\nu$  і не залежить від його інтенсивності.
2. Для кожної речовини існує так звана **червона межа фотоефекту**, тобто найменша частота  $\nu_{\min}$ , при якій ще можливий зовнішній фотоефект.
3. Число фотоелектронів, що вириваються світлом з катода за  $1\text{ с}$ , прямо пропорційно інтенсивності світла.
4. Фотоефект практично безінерційний, фотострум виникає миттєво після початку освітлення катода за умови, що частота світла  $\nu > \nu_{\min}$ .

Всі ці закономірності фотоефекту в корені суперечили уявленням класичної фізики про взаємодію світла з речовиною. Згідно хвильовим уявленням при взаємодії з електромагнітною світловою хвилею електрон повинен був би поступово накопичувати енергію, і був би потрібен значний час, залежний від інтенсивності світла, щоб електрон накопичив достатньо енергії для того, щоб вилетіти з катода. Як показують розрахунки, цей час повинен був би обчислюватися хвилинами або годинами. Проте, досліди показують, що фотоелектрони з'являються зразу ж після початку освітлення катода. У цій моделі також було неможливо зрозуміти існування червоної межі фотоефекту. Хвильова теорія світла не могла пояснити незалежність енергії фотоелектронів від інтенсивності світлового потоку і пропорційність максимальної кінетичної енергії частоті світла.

Таким чином, електромагнітна теорія світла виявилася нездатною пояснити ці закономірності.

Вихід був знайдений **А. Ейнштейном** у 1905 р. Теоретичне пояснення закономірностей фотоефекту, що спостерігалися в дослідах, було дане Ейнштейном на основі гіпотези **М. Планка** про те, що світло випромінюється і поглинається певними порціями, причому енергія кожної такої порції визначається формулою  $E = h\nu$ , де  $h$  – **стала Планка**. Ейнштейн зробив наступний крок в розвитку квантових уявлень. Він прийшов до висновку, що **світло має переривисту (дискретну) структуру. Електромагнітна хвиля складається з окремих порцій – квантів, згодом названих фотонами.** При взаємодії з речовиною фотон цілком передає всю свою енергію  $h\nu$  одному електрону. Частину цієї енергії електрон може розсіяти при зіткненнях з

атомами речовини. Крім того, частина енергії електрона витрачається на подолання потенційного бар'єру на межі метал – вакуум. Для цього електрон повинен виконати роботу виходу  $A$ , залежну від властивостей матеріалу катода. Найбільша кінетична енергія, яку може мати фотоелектрон, що вилетів з катода, визначається законом збереження енергії:

$$\left( \frac{mv^2}{2} \right)_{\max} = eU_3 = h\nu - A.$$

Цю формулу прийнято називати **рівнянням Ейнштейна для фотоефекту**.

За допомогою рівняння Ейнштейна можна пояснити всі закономірності зовнішнього фотоефекту. З рівняння Ейнштейна витікають лінійна залежність максимальної кінетичної енергії від частоти і незалежність від інтенсивності світла, існування червоної межі, безінерційність фотоефекту. Загальне число фотоелектронів, що покидають за  $1\text{ с}$  поверхню катода, повинне бути пропорційне числу фотонів, падаючих за той же час на поверхню металу. З цього виходить, що струм насичення повинен бути прямо пропорційний інтенсивності світлового потоку.

З рівняння Ейнштейна випливає, що робота виходу  $A$  дорівнює мінімальній енергії фотона, при якій відбувається фотоефект:

$$A = h\nu_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\text{чер.}}},$$

де  $c$  – швидкість світла,  $\lambda_{\text{чер.}}$  – довжина хвилі, що відповідає червоній межі фотоефекту. У більшості металів робота виходу  $A$  складає декілька електрон-вольт ( $1\text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19}\text{ Дж}$ ). В квантовій фізиці електрон-вольт часто використовується як енергетична одиниця вимірювання.

Отже, закони фотоефекту свідчать, що світло при випромінюванні і поглинанні поводить себе подібно до потоку частинок, що отримали назву **фотонів** або **світлових квантів**.

Енергія фотону дорівнює:

$$\varepsilon = h\nu.$$

Фотон рухається у вакуумі з швидкістю  $c$ . Фотон не має маси спокою ( $m_0 = 0$ ). Імпульс фотона дорівнює:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c}.$$

Таким чином, вчення про світло, зробивши виток тривалістю в два сторіччя, знов повернулося до уявлень про світлові частинки – корпускули, але зовсім на іншому якісному рівні.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М.Наука. т.1-3, 1989
2. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. М. Наука. т. 1-3, Київ, “Едельвейс”, Дніпро, 1994.
3. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. М.Наука. 1990.
4. Гаркуша І. П., Горбачук І. Т., Курінний В. П., Кучерук І. М. Загальний курс фізики. Збірник задач. К.: Техніка, 2004.
5. Кучерук І.М., Горбачук І.Т.. Загальна фізика. Електрика і магнетизм. Київ, “Вища школа”, 1995.
6. Богацька І.Г., Головка Д.Б., Маляренко Д.А., Ментковський Ю.Л. Загальні основи фізики. Т. 1. Механіка і молекулярна фізика., Т.2. Електродинаміка і атомна фізика. Київ, “Либідь”, 1995.
7. Сена Л.А. Одиниці фізичних величин та їх розмірність. М. Наука. 1977.
8. Чолпан П.П.. Основи фізики. Київ, “Вища школа”, 1995.
9. Бушок Г.Ф., Левандовський В.В., Півень Г.Ф. Курс фізики. Фізичні основи механіки. Електрика і магнетизм. Т.1. Київ, “Либідь”, 1997.
10. Аксьонова К.Ю., Оксюк Ю.Д., Сидоренко Є.Б. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з курсу Фізика. Розділ “Електрика і магнетизм”.- Харків: ХНАМГ, 2006.
11. Безуглий А.В., Сисоєв А.С. Петченко О.М. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з розділу “Оптика” курсу фізики. - Харків: ХНАМГ, 2006.
12. Аксьонова К.Ю., Оксюк Ю.Д., Сидоренко Є.Б. Методичні вказівки до самостійної роботи з вивчення курсу фізики. - Харків: ХНАМГ, 2006.
13. Физика. Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников инженерно-технических специальностей высших учебных заведений. Под ред. А.Г.Чертова. Москва, 1987.

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Оксюк Юрій Данилович

## ФІЗИКА

### КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

(для студентів 1 курсу денної та 1 і 2 курсів заочної форми навчання  
за напрямами 6.040106 «Екологія, охорона навколишнього  
середовища та збалансоване природокористування»,  
6.060103 «Гідротехніка (водні ресурси)»)

Редактор *М. З. Аляб'єв*

Комп'ютерне верстання *Н. В. Зражевська*

План 2009, поз. 91 Л

---

Підп. до друку 28.05.2009 р.

Формат 60×84 1/16

Друк на ризографі.

Ум. друк. арк. 7,5

Тираж 50 пр.

Зам. №

Видавець і виготовлювач:

Харківська національна академія міського господарства,  
вул. Революції, 12, Харків, 61002

Електронна адреса: [rectorat@ksame.kharkov.ua](mailto:rectorat@ksame.kharkov.ua)

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:

ДК № 731 від 19.12.2001